

GRAFIKA KOMPUTEROWA

Wykład 5: grafika trójwymiarowa

Tymon Rubel

Zakład Elektroniki Jądrowej i Medycznej
Instytut Radioelektroniki i Technik Multimedialnych PW

Materiały opracowane w ramach zadania 15 „Modyfikacja międzywydziałowych studiów I stopnia na kierunku Inżynieria Biomedyczna” projektu „NERW PW. Nauka - Edukacja - Rozwój - Współpraca”, współfinansowanego jest ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



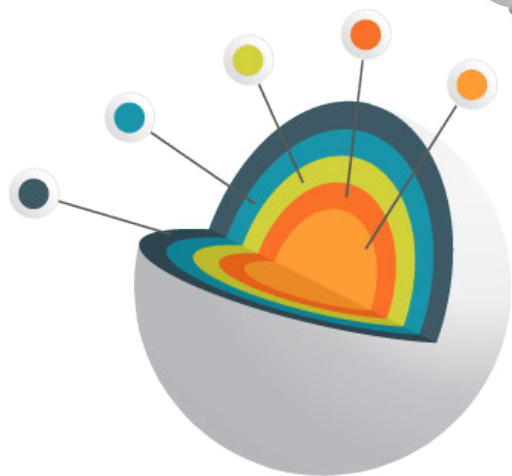
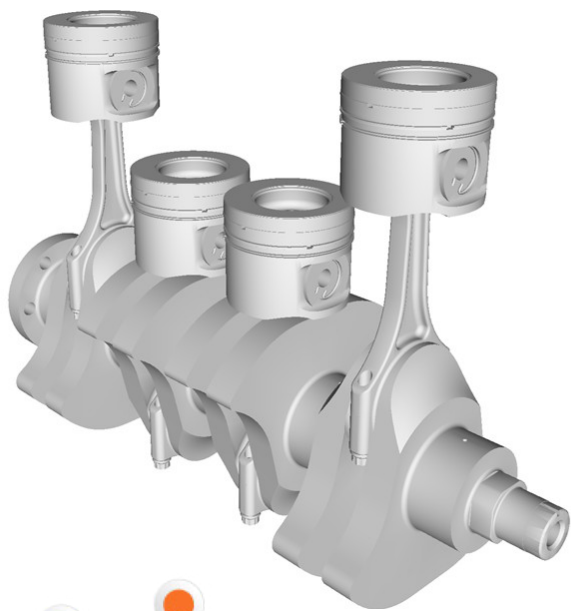
Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

**Politechnika
Warszawska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Mianem **grafiki trójwymiarowej** najczęściej określa się obrazy, przy generacji których wykorzystywana jest trójwymiarowa reprezentacja danych. Stosując tak szeroką definicję w zakres grafiki 3D wchodzi wiele typów obrazów, poczynając od infografik, przez wizualizacje techniczne lub naukowe, aż po fotorealistyczne kadry typowe dla współczesnych gier komputerowych i filmów.



Dwoma istotnymi kryteriami podziału grafiki 3D, wpływającymi również na techniki stosowane podczas jej tworzenia, są:

- oczekiwany poziom realizmu obrazu;

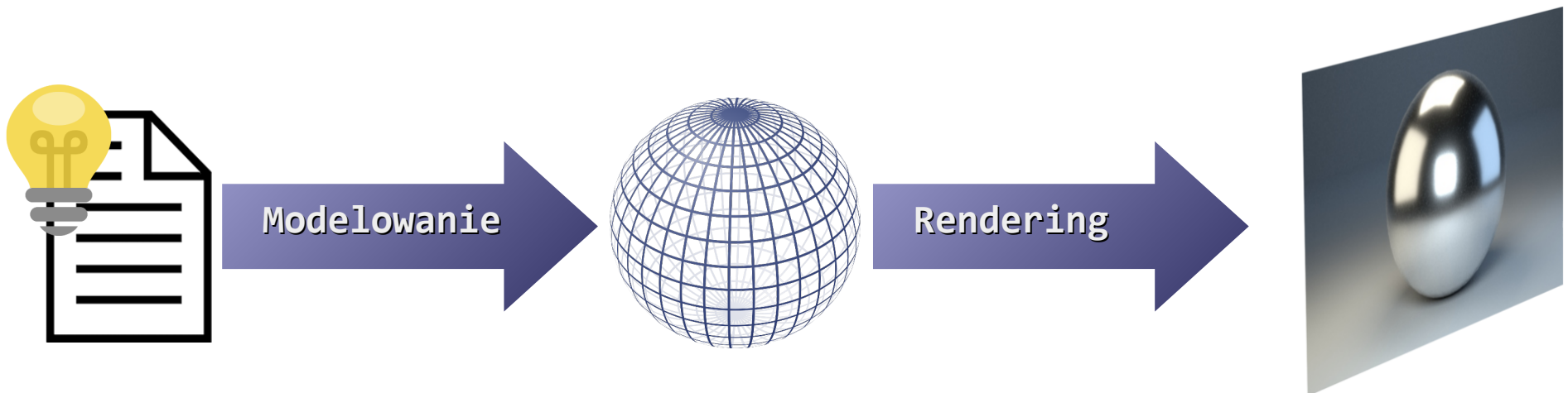


- to, czy obraz jest liczony na bieżąco (np. klatka gry), czy wcześniej (klatka filmu).



Proces tworzenia trójwymiarowego obrazu, przeznaczonego do wyświetlania na dwuwymiarowej powierzchni (np. na ekranie komputera) można podzielić na dwa podstawowe etapy:

- **modelowania**, czyli tworzenia zrozumiałego dla komputera trójwymiarowego opisu obrazowanych obiektów i ich otoczenia;
- **renderingu**, którego celem jest wygenerowanie dwuwymiarowego obrazu obiektów opisywanych przez model.



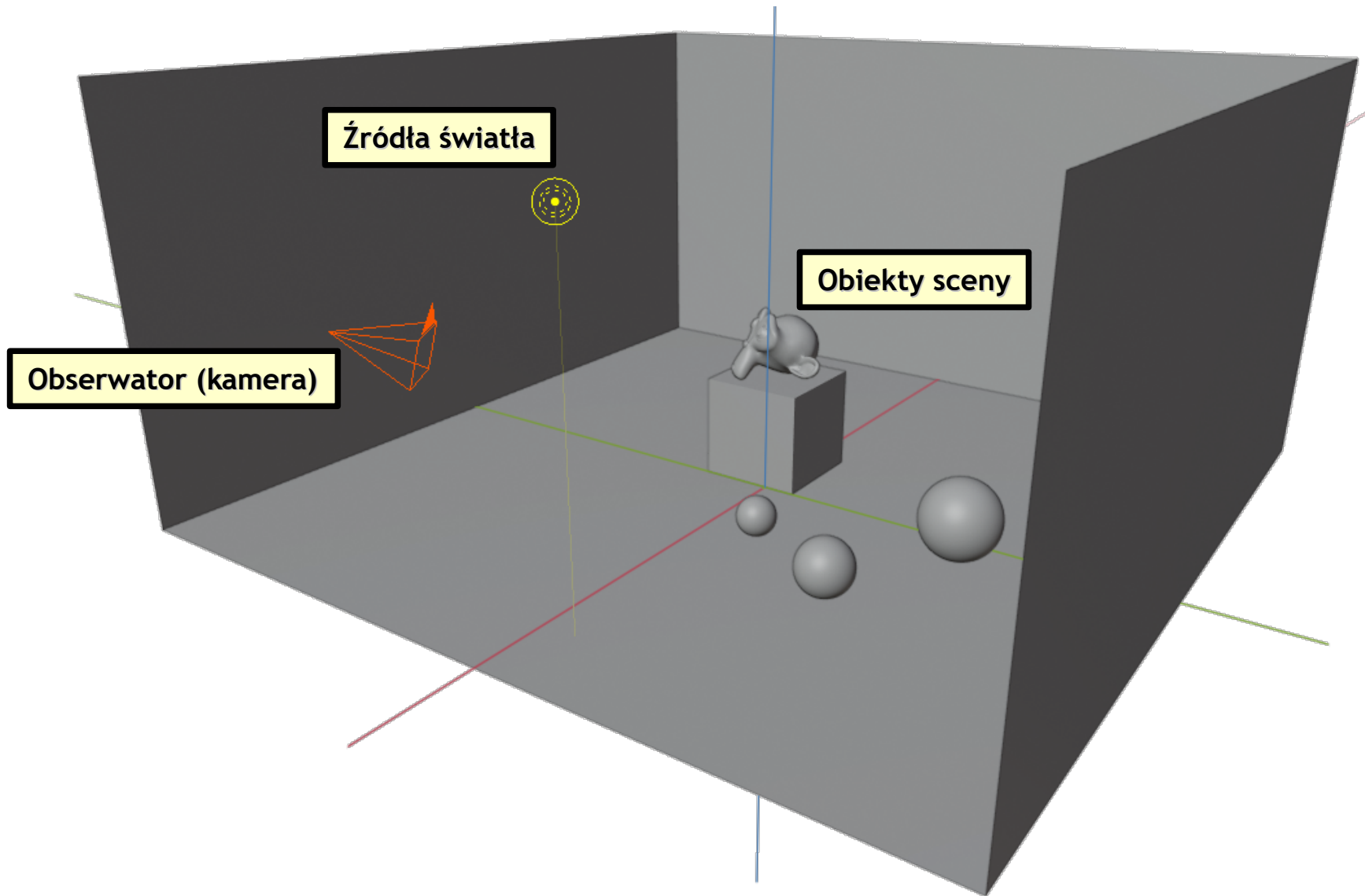
GRAFIKA KOMPUTEROWA

Wykład 5: grafika trójwymiarowa (modelowanie)

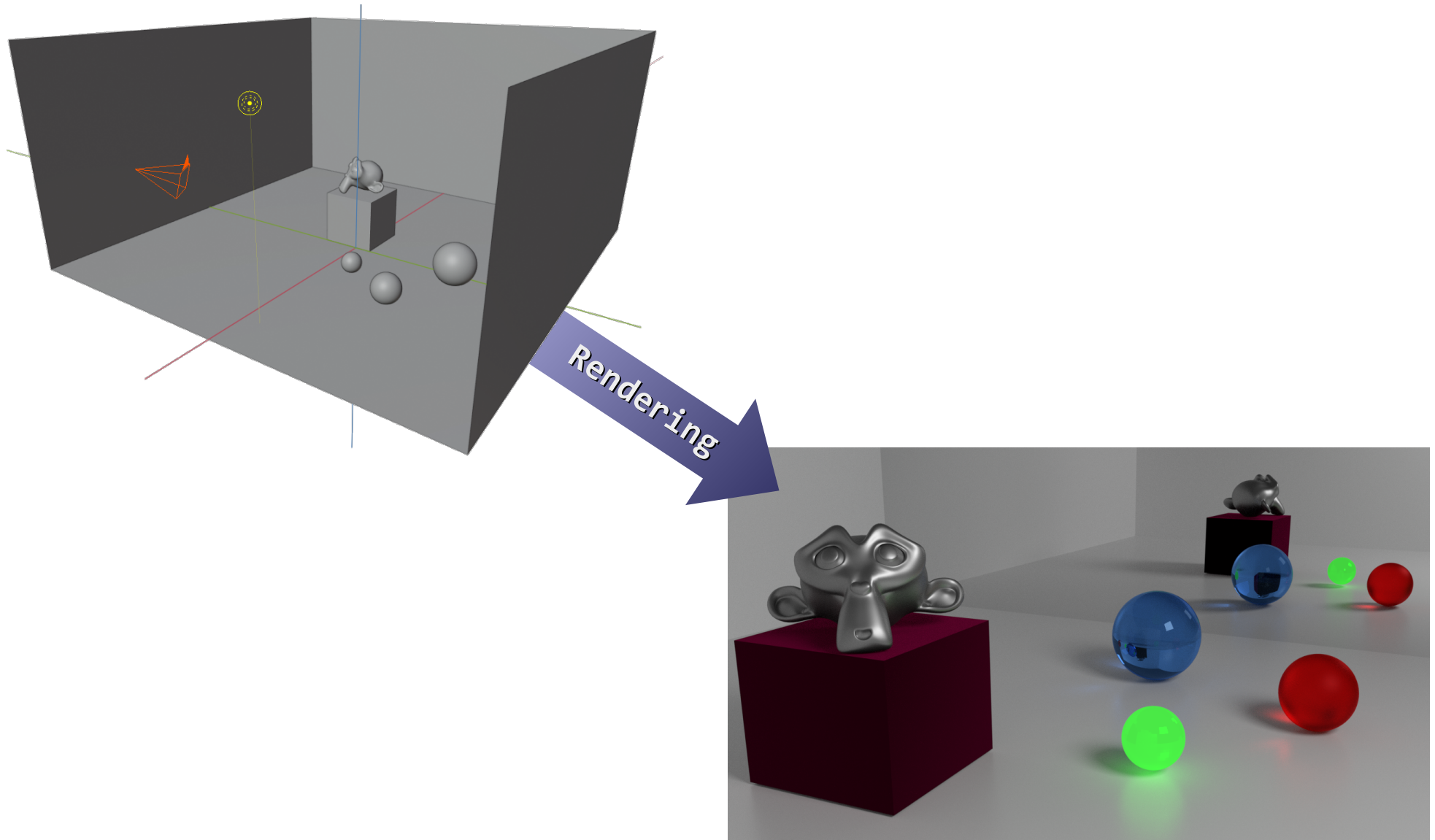
Tymon Rubel

Zakład Elektroniki Jądrowej i Medycznej
Instytut Radioelektroniki i Technik Multimedialnych PW

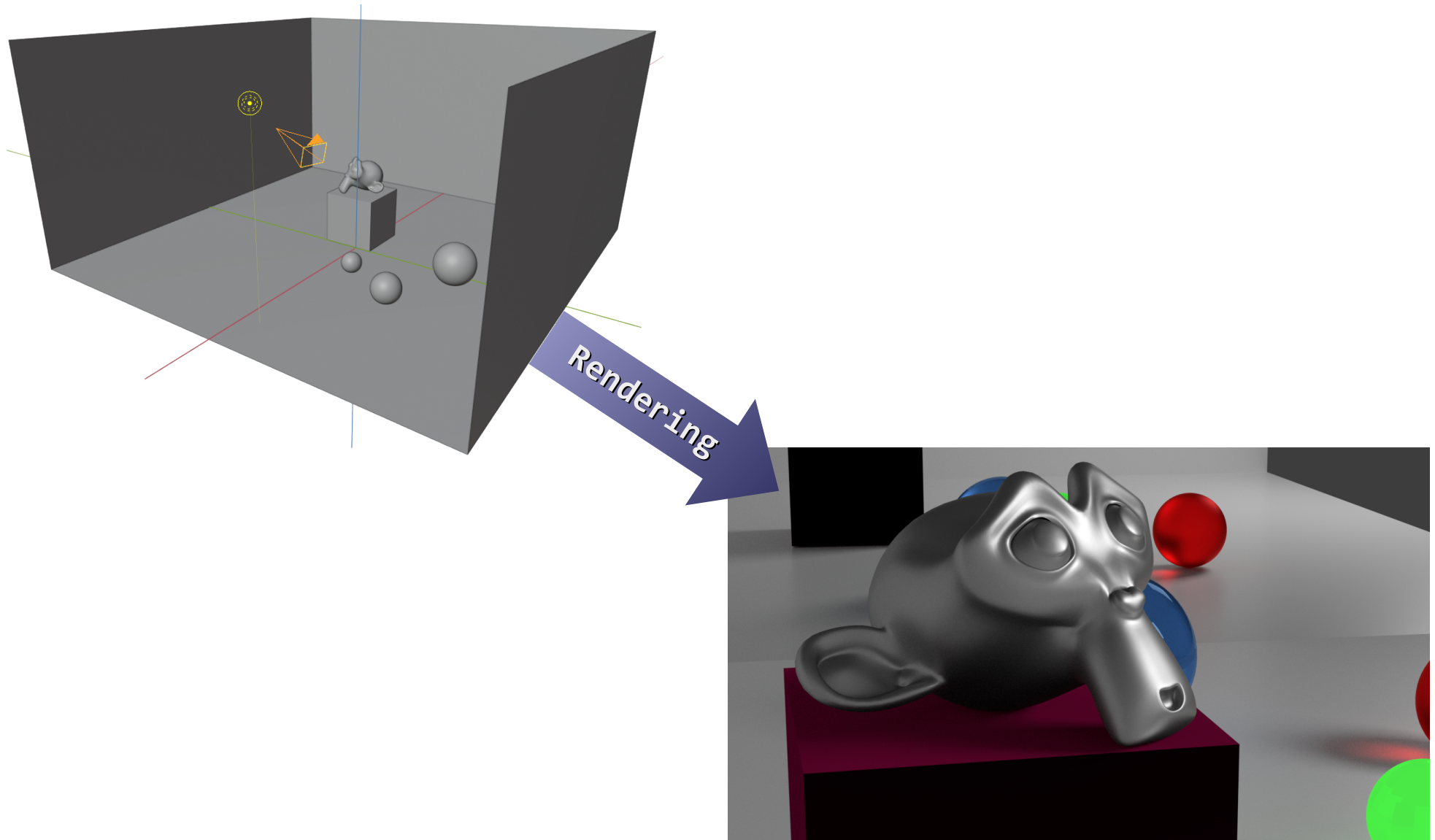
Dla modelowania podstawowe znaczenie ma pojęcie **sceny**, w ramach której definiuje się **kształty i właściwości obiektów** oraz ich **położenia we wspólnym trójwymiarowym układzie współrzędnych**. Jej elementami są też **źródła światła** i **obserwator (kamera)**.



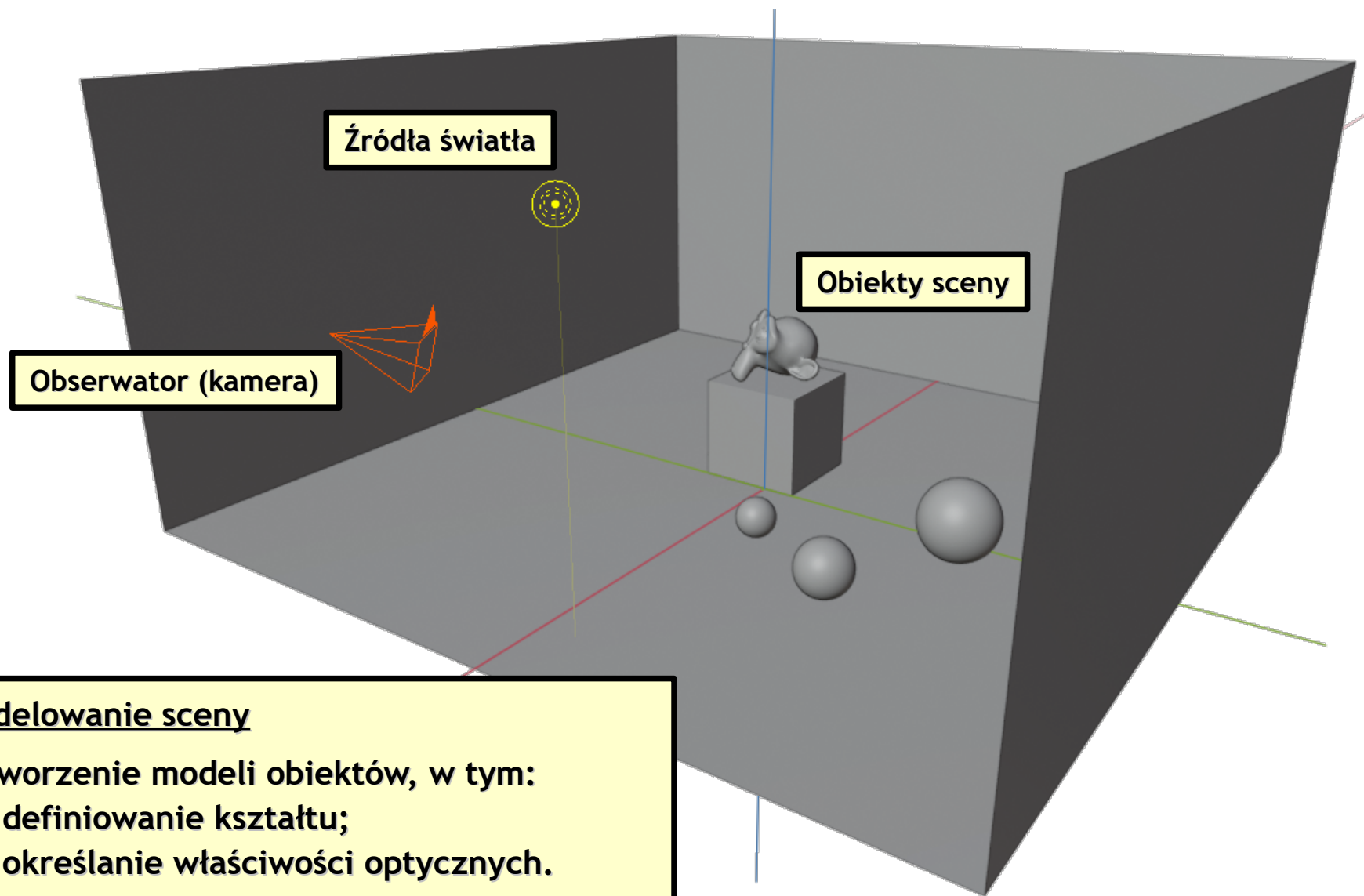
Podczas renderingu scena jest wizualizowana na wyjściowym obrazie 2D, przy czym proces ten uwzględnia **interakcję światła z obiektami** oraz **widzialność obiektów dla obserwatora** (znajdującego się w zadanej lokalizacji).



Podczas renderingu scena jest wizualizowana na wyjściowym obrazie 2D, przy czym proces ten uwzględnia **interakcję światła z obiektami** oraz **widzialność obiektów dla obserwatora** (znajdującego się w zadanej lokalizacji).



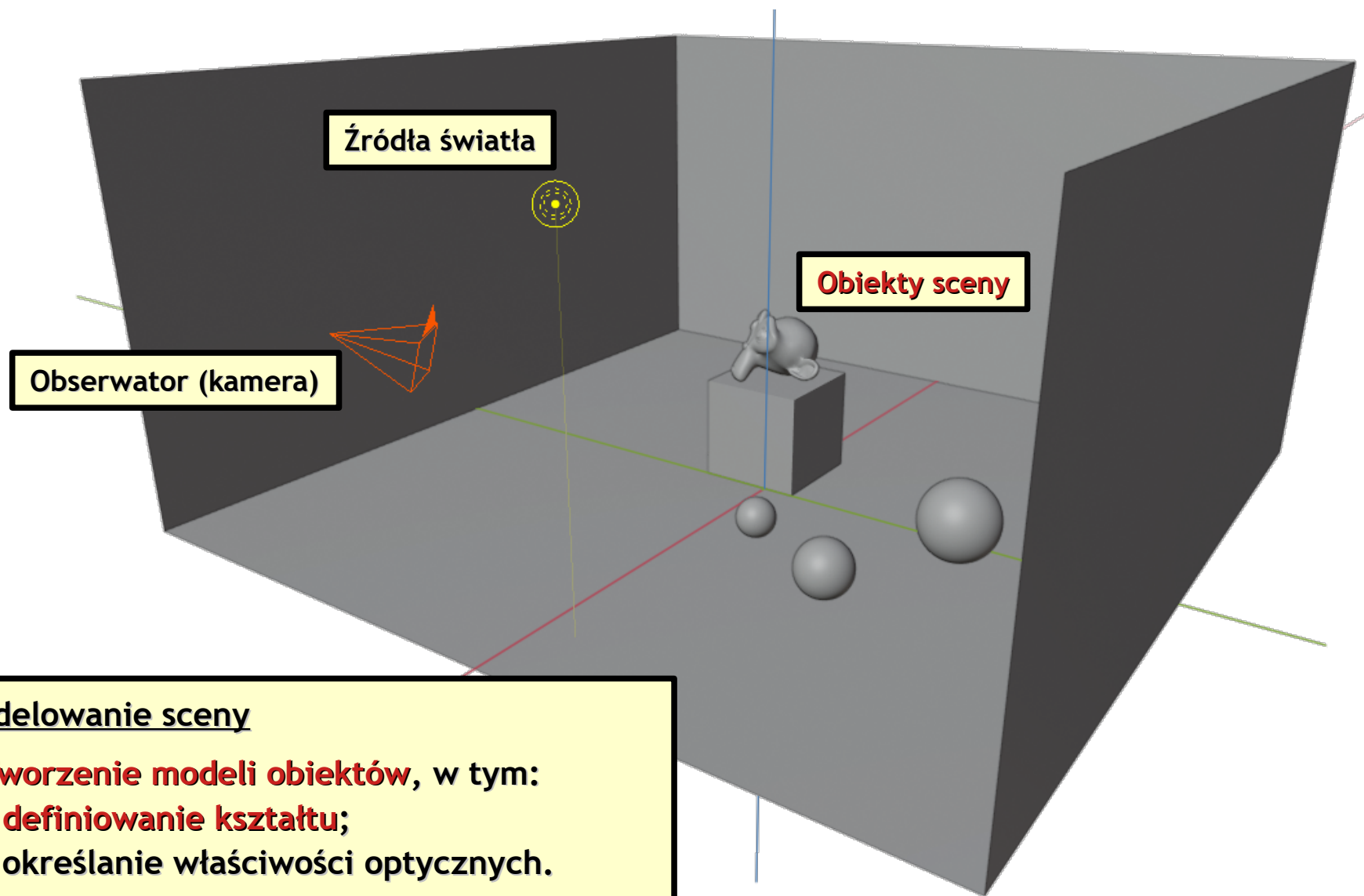
Modelowanie 3D: etapy procesu modelowania sceny



Modelowanie sceny

- Tworzenie modeli obiektów, w tym:
 - definiowanie kształtu;
 - określanie właściwości optycznych.
- Rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny.
- Zdefiniowanie źródeł światła.
- Dodanie obserwatora (kamery).

Modelowanie 3D: modelowanie obiektów – definiowanie kształtu



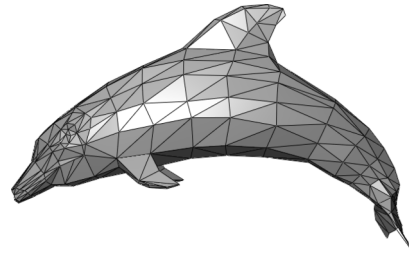
Modelowanie sceny

- **Tworzenie modeli obiektów**, w tym:
 - **definiowanie kształtu**;
 - określanie właściwości optycznych.
- Rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny.
- Zdefiniowanie źródeł światła.
- Dodanie obserwatora (kamery).

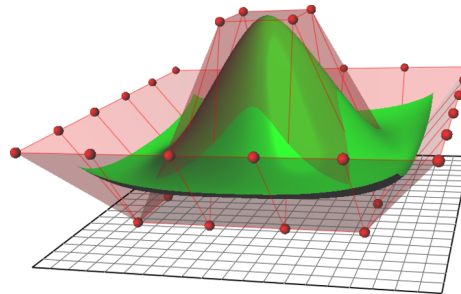
Modelowanie 3D: kształty obiektów

W ogólnym przypadku nie dysponujemy dokładnymi matematycznymi modelami wizualizowanych obiektów. Stąd też konieczna jest ich aproksymacja tak, aby punkty modelu były możliwie blisko punktów obiektu rzeczywistego. Stosuje się przy tym różne sposoby definiowania kształtu, w tym trzy o podstawowym znaczeniu:

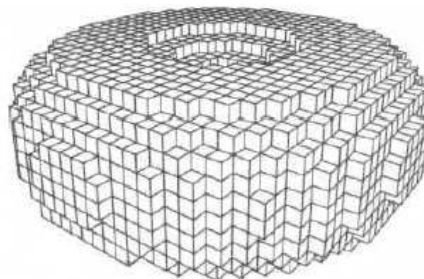
- **w postaci siatki przylegających do siebie wielokątów;**



- **za pośrednictwem matematycznego opisu powierzchni;**

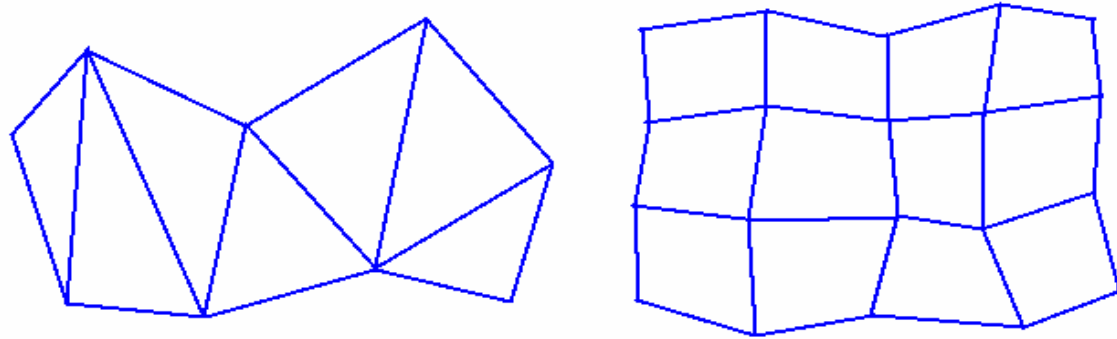


- **jako zbioru wokseli, czyli trójwymiarowych odpowiedników pikseli.**

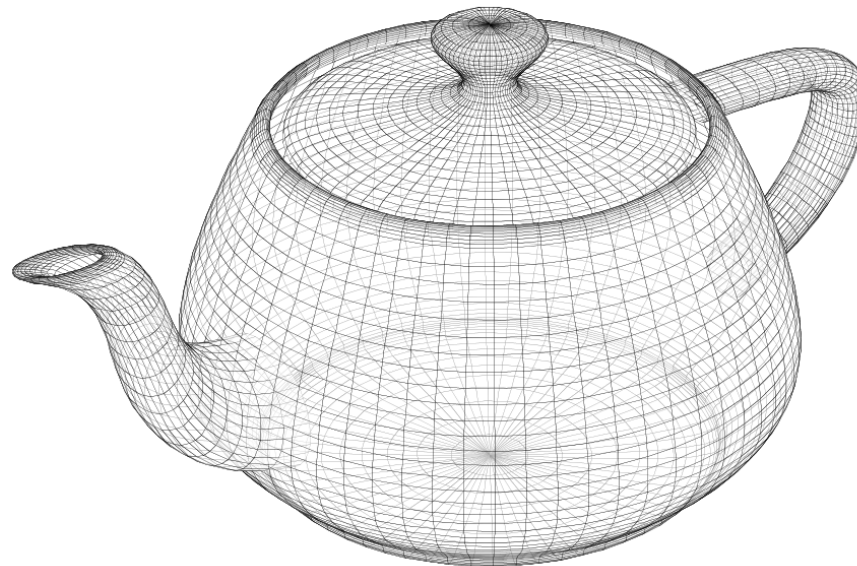


Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis za pomocą siatki wielokątów)

Najprostszym koncepcyjnie sposobem opisu powierzchni zewnętrznej obiektu jest przedstawienie jej jako **siatki wielokątów o wspólnych krawędziach (polygon mesh)**. Najczęściej używane są w tym celu **trójkąty** lub **czworokąty wypukłe**.

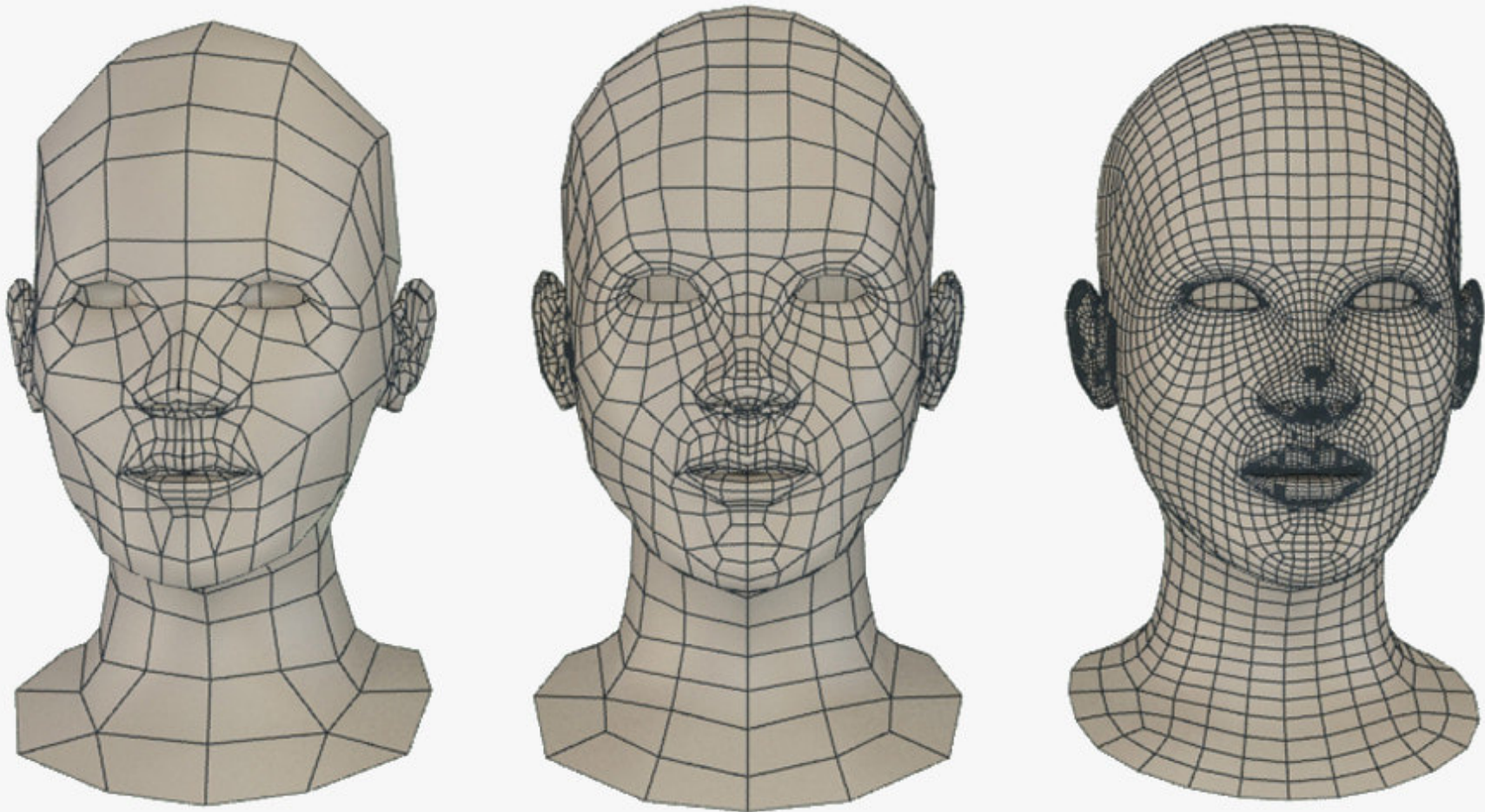


Jest to naturalny sposób opisu prostych brył, ale - jeśli tylko siatka jest dostatecznie gęsta - może również posłużyć do przybliżania bardzo skomplikowanych obiektów.



Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis za pomocą siatki wielokątów)

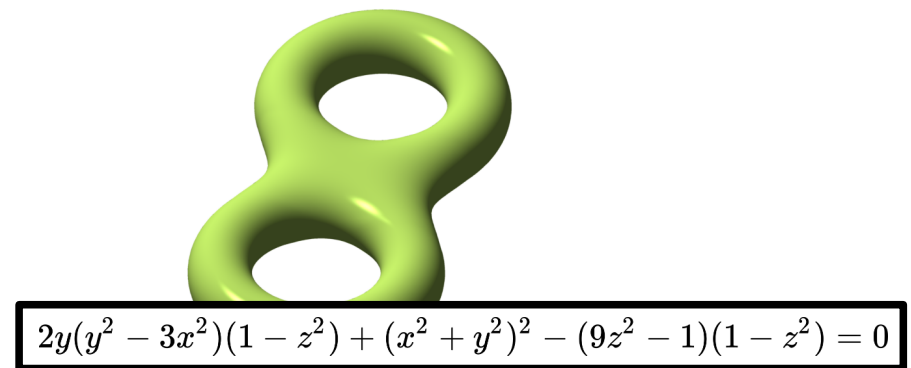
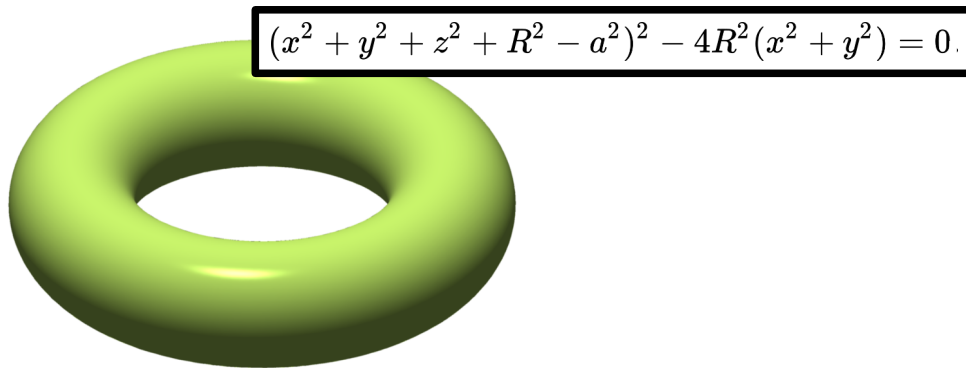
Błąd aproksymacji jest tym mniejszy im większa jest liczba wielokątów użytych do tworzenia modelu. Należy jednak pamiętać o konieczności zachowania kompromisu między dokładnością modelu a mocą obliczeniową potrzebną do jego renderowania.



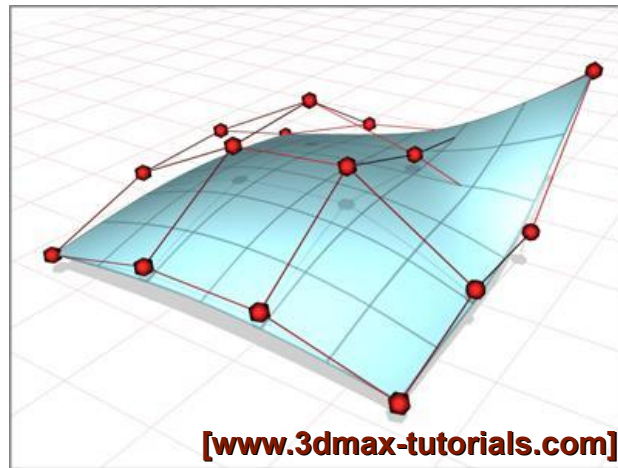
Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis matematyczny)

Innym podejściem do modelowania jest użycie **opisu matematycznego**, czyli zestawu równań matematycznych definiujących powierzchnie obiektów.

W najprostszym przypadku można w tym celu użyć **równań analitycznych płaszczyzn lub brył geometrycznych** (np. sfer, torusów, ...).



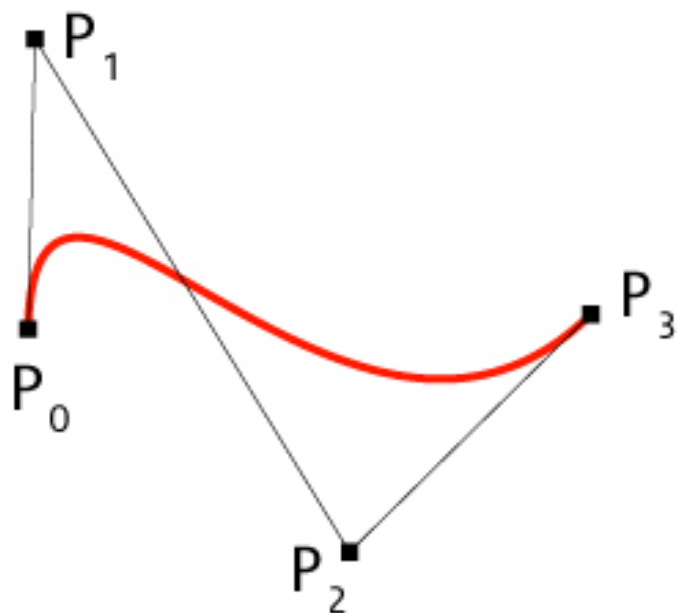
Złożone obiekty reprezentuje się za pomocą **płatów powierzchni krzywoliniowych**, najczęściej **powierzchni Béziera** lub typu **NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline)**.



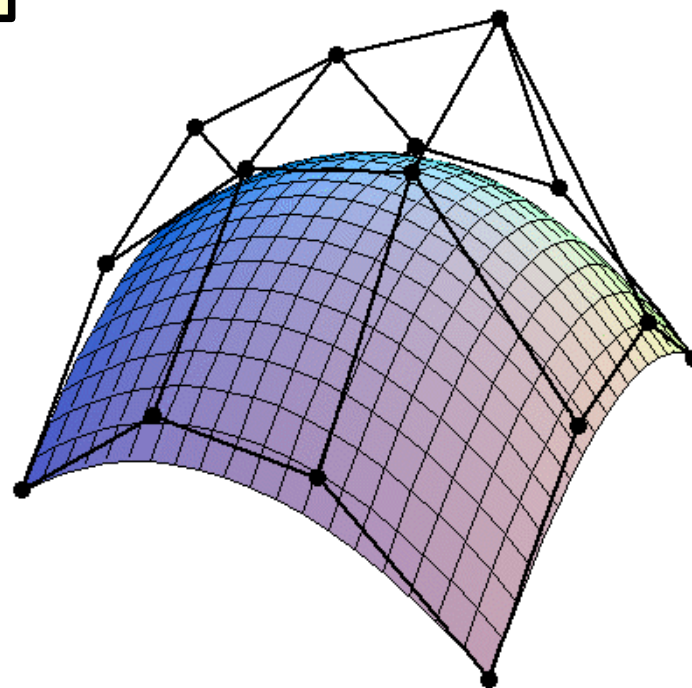
Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis matematyczny)

Używane w modelowaniu płyty krzywoliniowe stanowią trójwymiarowe uogólnienie krzywych stosowanych do wektorowego opisu obiektów w grafice dwuwymiarowej.

2D



3D

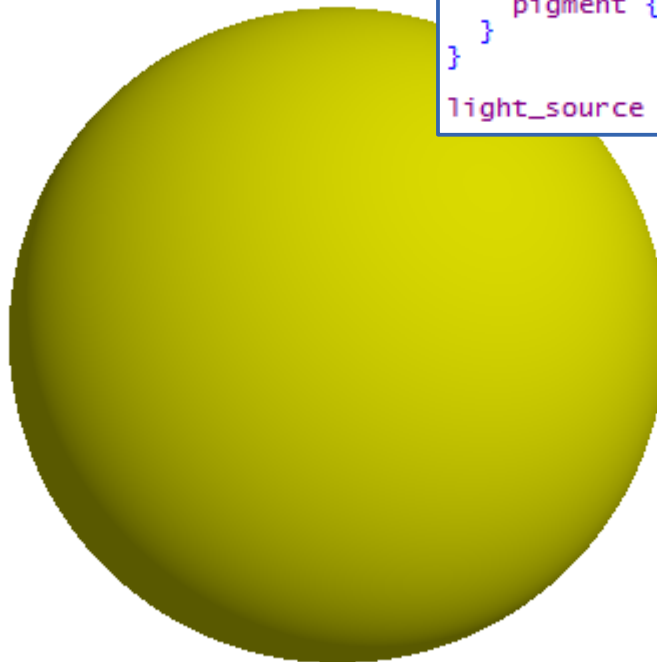


W największym uproszczeniu można powiedzieć, że są one powierzchniami, których fragmenty opisywane są funkcjami wielomianowymi o współczynnikach zależnych od współrzędnych **punktów kontrolnych**. Tym samym kształt powierzchni można w łatwy sposób modyfikować przez zmianę położenia tych punktów.

Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis matematyczny)

Zapis matematyczny w połączeniu z odpowiednią składnią może stanowić podstawę **języka opisu sceny**, który pozwala rozpatrywać proces modelowania w kategoriach programistycznych. Przykładem programu korzystającego z takiego podejścia jest POV-Ray (*Persistence of Vision Ray Tracer*).

```
#include "colors.inc"
background { color white }
camera {
  location <0, 2, -3>
  look_at <0, 1, 2>
}
sphere {
  <0, 1, 2>, 2
  texture {
    pigment { color Yellow }
  }
}
light_source { <2, 4, -3> color white }
```



Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis matematyczny)

Zapis matematyczny w połączeniu z odpowiednią składnią może stanowić podstawę **języka opisu sceny**, który pozwala rozpatrywać proces modelowania w kategoriach programistycznych. Przykładem programu korzystającego z takiego podejścia jest POV-Ray (*Persistence of Vision Ray Tracer*).

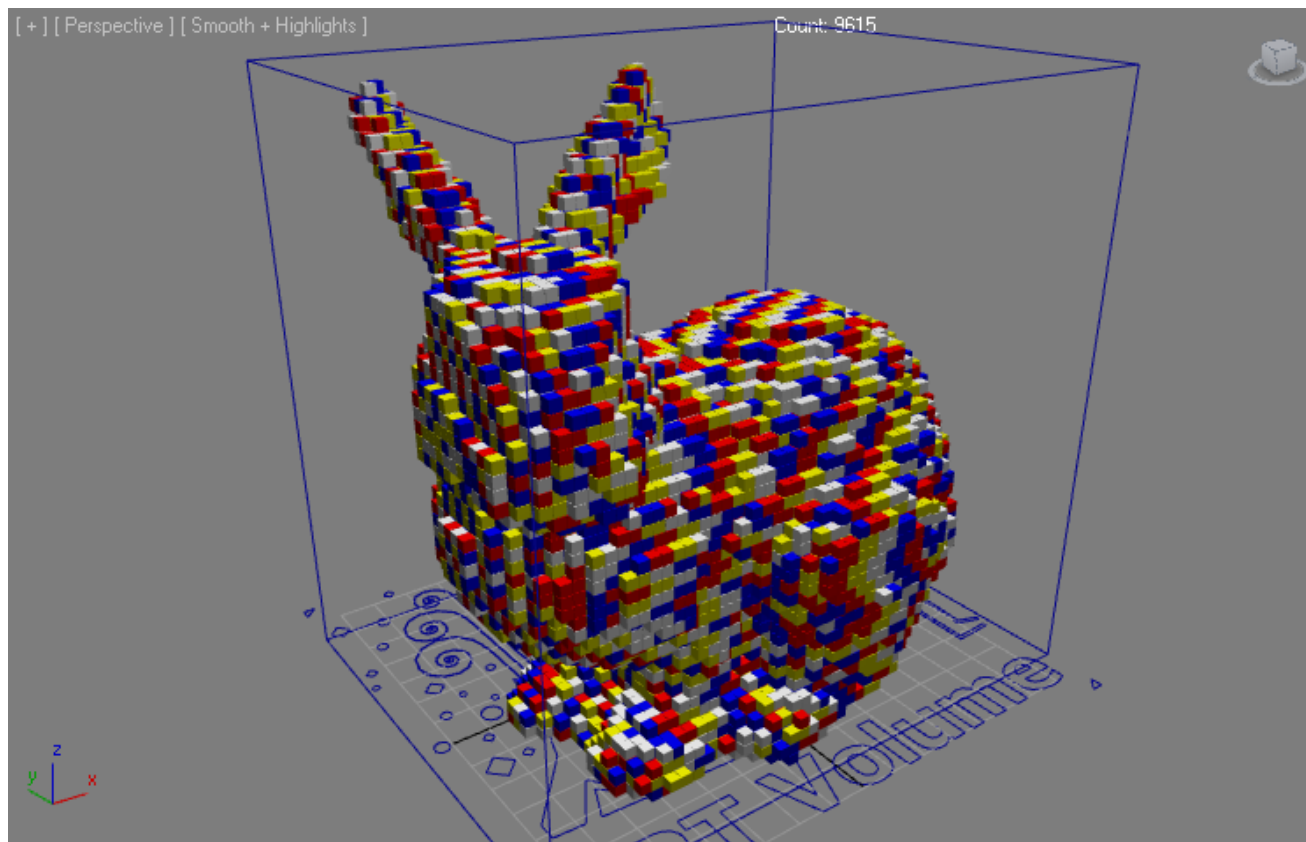


```
...  
// -----  
// Glass 1 (short, round)  
// -----  
#debug "Glass 1\n"  
#declare yGlass1=14;  
#if (Glass1OK=1)  
  #declare V_worldBoundMin = <-8.077021, 0.000000, -8.077021>;  
  #declare V_worldBoundMax = <8.077021, 30.041197, 8.077021>;  
  #declare T_Liquid = texture{  
    pigment{rgbf<245/255, 224/255, 133/255, 0.999>}  
    finish{F_Liquid}  
  }  
  #include "glass1_o.inc"  
  #include "glass1_liquid_full_o.inc"  
  #declare Glass1_with_Liquid=union{  
    object{ Glass1  
      #if (InteriorOK=1)  
        interior{I_Glass}  
      #end  
    }  
    object{ Glass1_Liquid  
      #if (InteriorOK=1)  
        interior{I_Liquid}  
      #end  
    }  
  }  
  translate -y*V_worldBoundMin.y  
  scale yGlass1/(V_worldBoundMax.y-V_worldBoundMin.y)  
#include "glass1_liquid_bottom_o.inc"  
#declare Glass1_Empty=union{  
  object{ Glass1  
    #if (InteriorOK=1)  
      interior{I_Glass}  
    #end  
  }  
  object{ Glass1_Liquid  
    #if (InteriorOK=1)  
      interior{I_Liquid}  
    #end  
  }  
}  
...
```

Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis za pomocą wokseli)

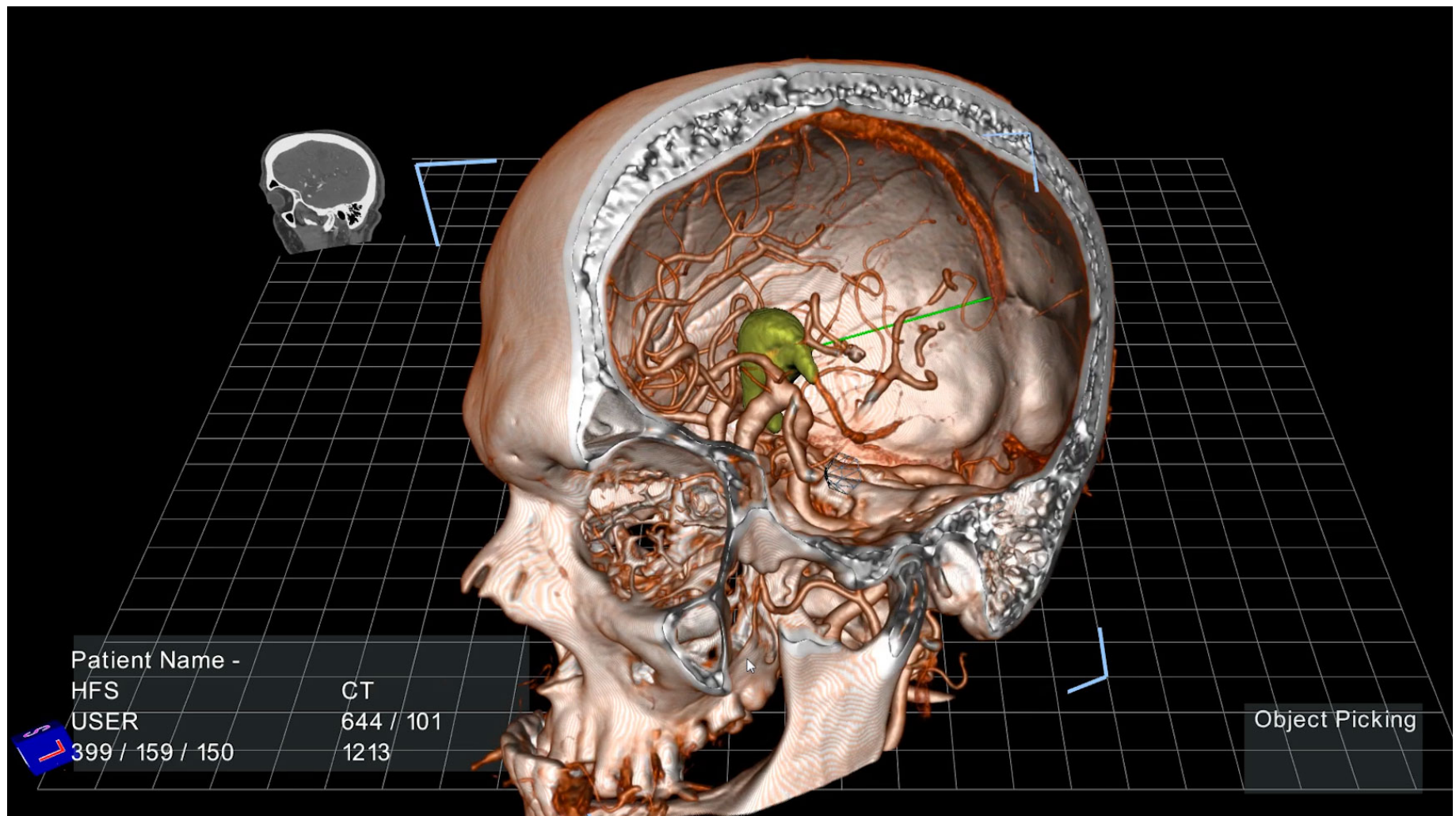
Woksel (*voxel, volumetric picture element*) to najmniejszy element objętości w przestrzeni trójwymiarowej, jakim można posługiwać się podczas modelowania. Tym samym jest on **elementarną komórką rastra przestrzennego** (zwykle reprezentowaną w postaci sześcianu) i stanowi bezpośredni odpowiednik piksela z grafiki 2D.

Przy **reprezentacji wokselowej (objętościowej)** przestrzeń ma postać trójwymiarowej tablicy o zdanych rozmiarach $M \times N \times K$, a modelowanie sprowadza się do określenia zbioru wokseli należących do obiektu i zdefiniowania ich właściwości (np. barwy).



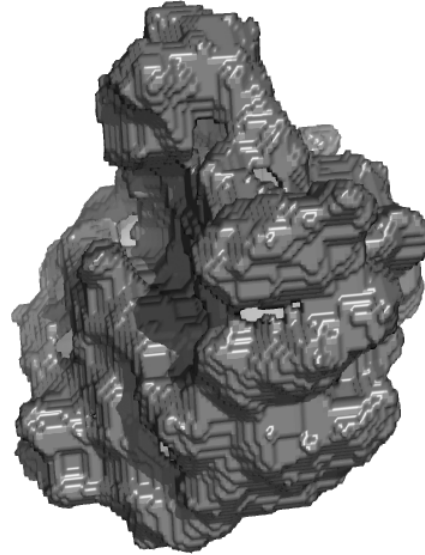
Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis za pomocą wokseli)

Reprezentacja wokselowa pozwala opisać całą bryłę, a nie tylko jej powierzchnię zewnętrzną. Z każdym wokselem można też wiązać dodatkowe atrybuty definiujące właściwości poszczególnych obszarów przestrzeni. Cechę tą często wykorzystuje się w **obrazowaniu medycznym**, np. do przechowywania informacji o typie tkanki, dzięki czemu możliwe staje się odwzorowywanie powierzchni narządów.



Modelowanie 3D: kształty obiektów (opis za pomocą wokseli)

Reprezentacja wokselowa jest także stosowana w wizualizacji danych pomiarowych w innych dziedzinach nauki, np. do obrazowania struktur komórkowych.



Sporadycznie była również wykorzystywana w grach, głównie do generacji terenu.

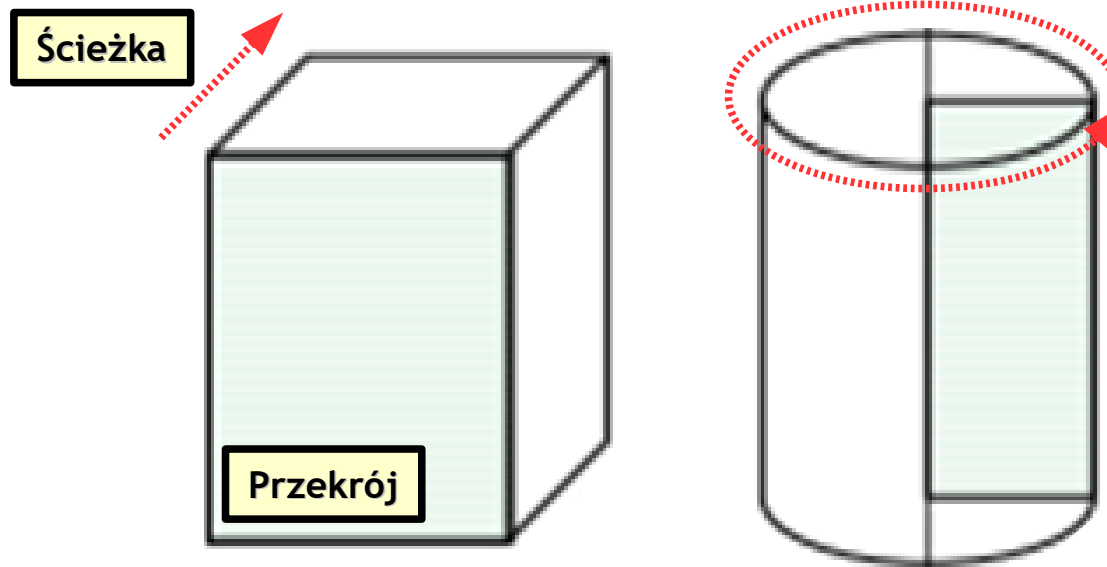


Modelowanie 3D: kształty obiektów (techniki pomocnicze – przesunięcie)

Podczas modelowania używa się także różnego rodzaju technik pomocniczych.

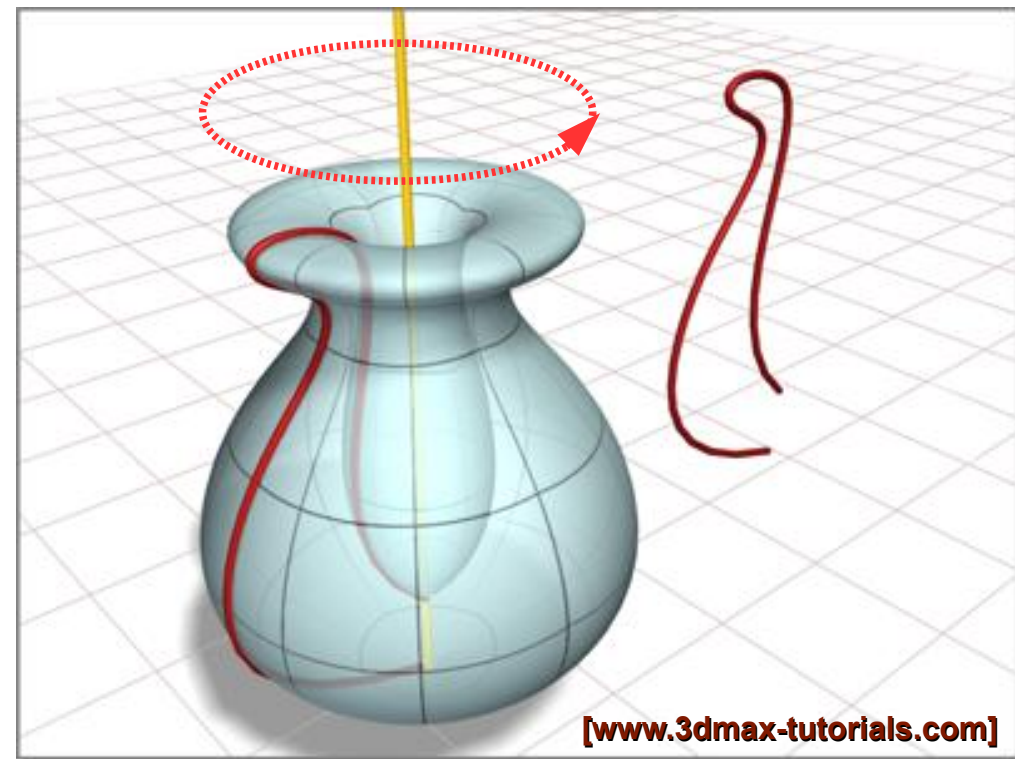
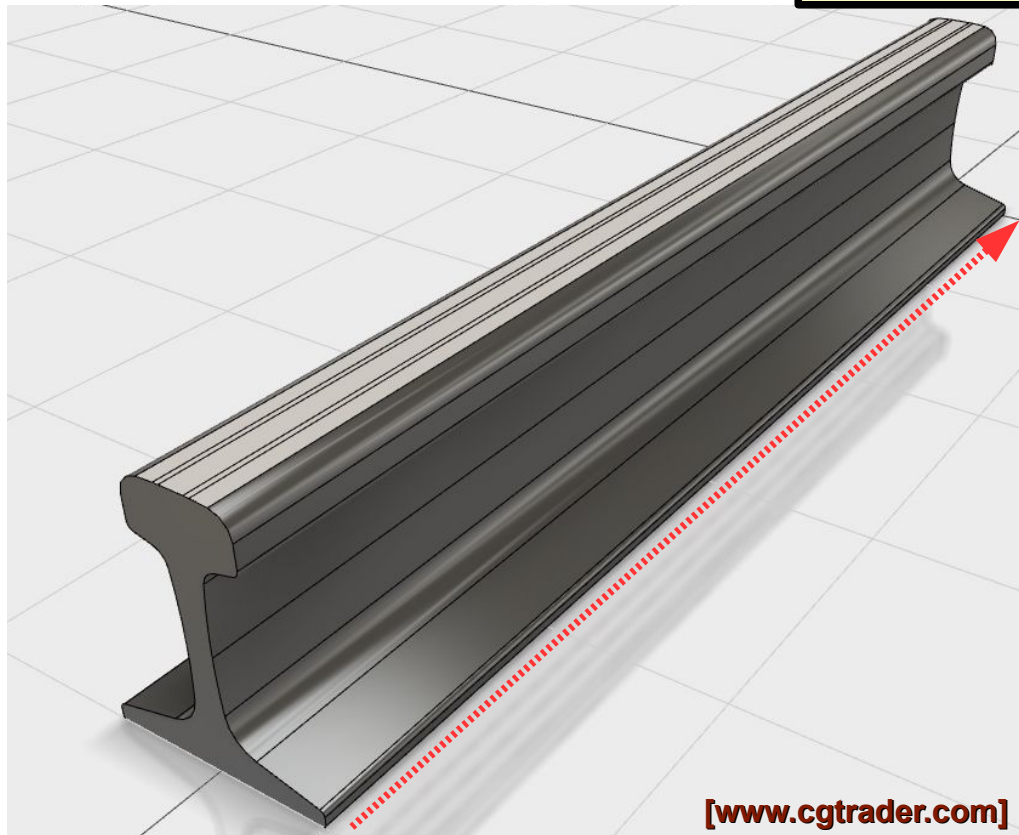
Przykładem może być tutaj metoda modelowania, w której obiekty tworzy się przez obracanie lub przesuwanie dwuwymiarowych prymitywów.

Przekrój bryły definiowany jest przez figurę geometryczną lub krzywą, zaś **ścieżką** może być dowolna krzywa. Dodatkowo w czasie przesuwania przekrój może ulegać modyfikacjom, np. skalowaniu.



Modelowanie 3D: kształty obiektów (techniki pomocnicze – przesunięcie)

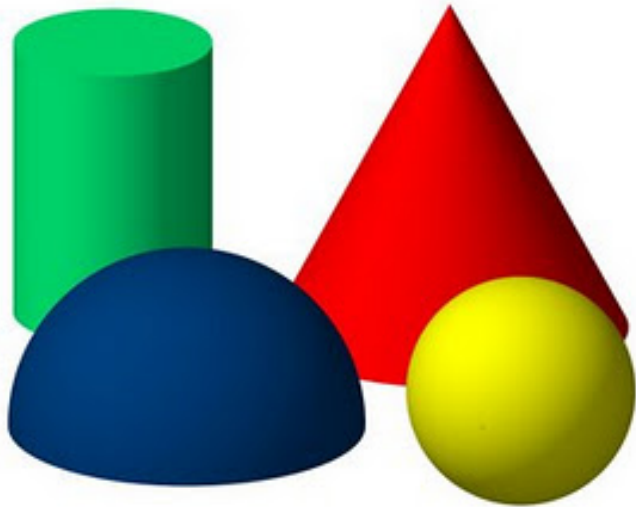
Przykłady użycia techniki przesuwania/obrotu wzdłuż ścieżki



Modelowanie 3D: kształty obiektów (techniki pomocnicze – CSG)

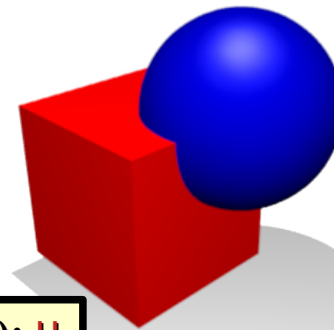
Można też tworzyć złożone modele w oparciu o zdefiniowane wcześniej bryły. Do realizacji takiego sposobu modelowania używa się **konstruktywnej geometrii brył CSG (Constructive Solid Geometry)**, w której obiekt reprezentowany jest jako drzewo **operacji boolowskich (suma, różnica, część wspólna)** wykonywanych na bryłach.

Zbiór zdefiniowanych brył

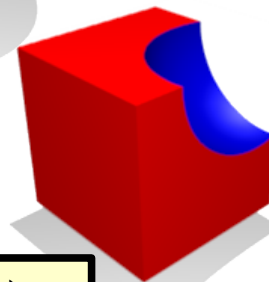


Operacje boolowskie

Suma (union): $\cup$



Różnica (difference): $-$

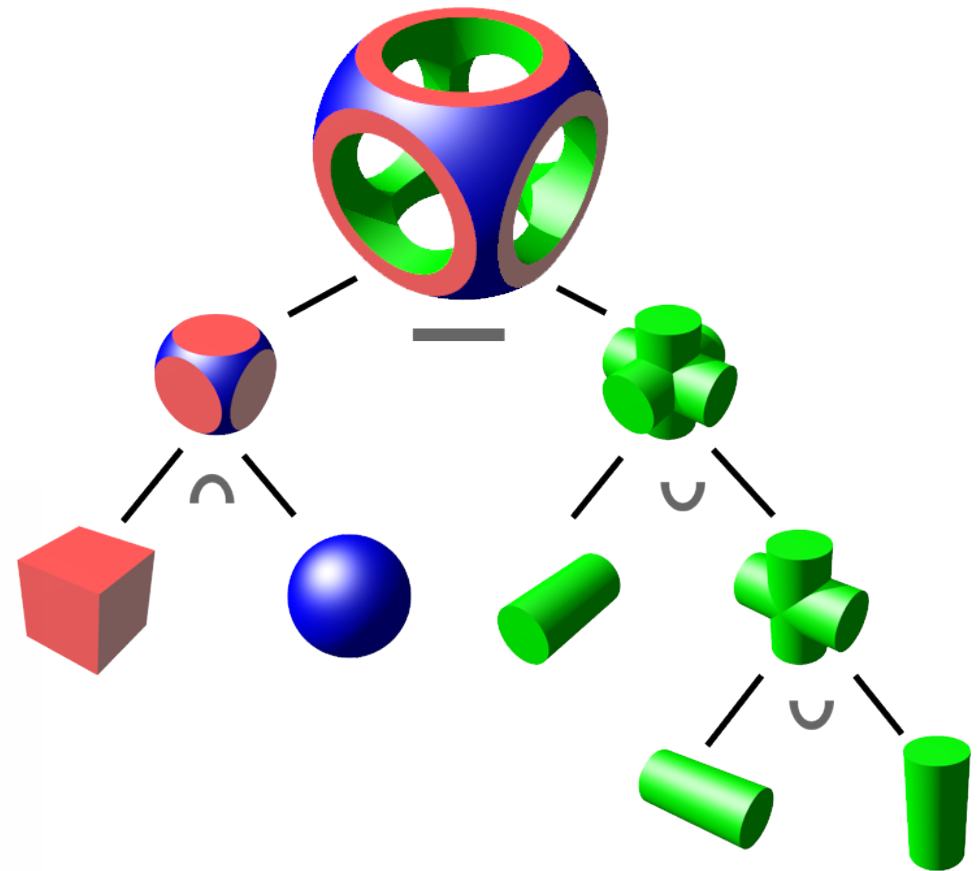
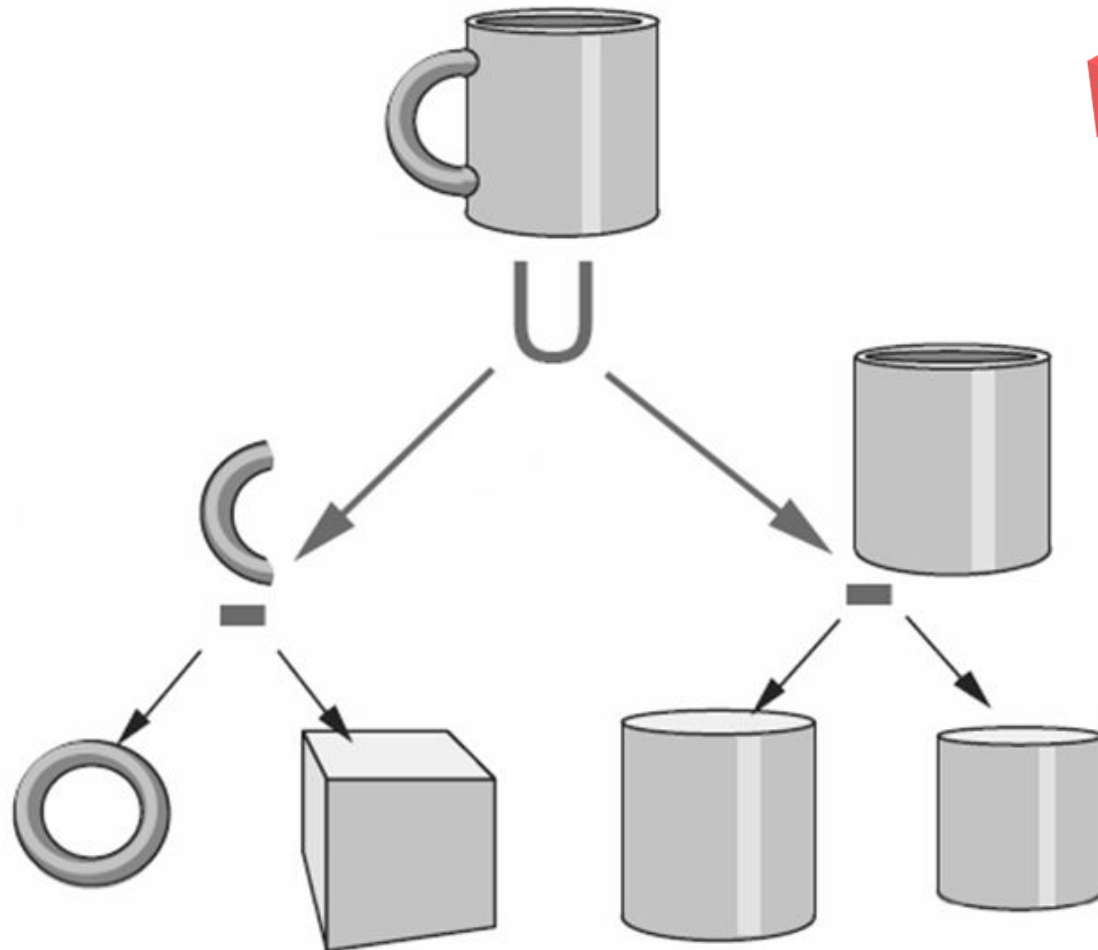


Część wspólna (intersection): $\cap$

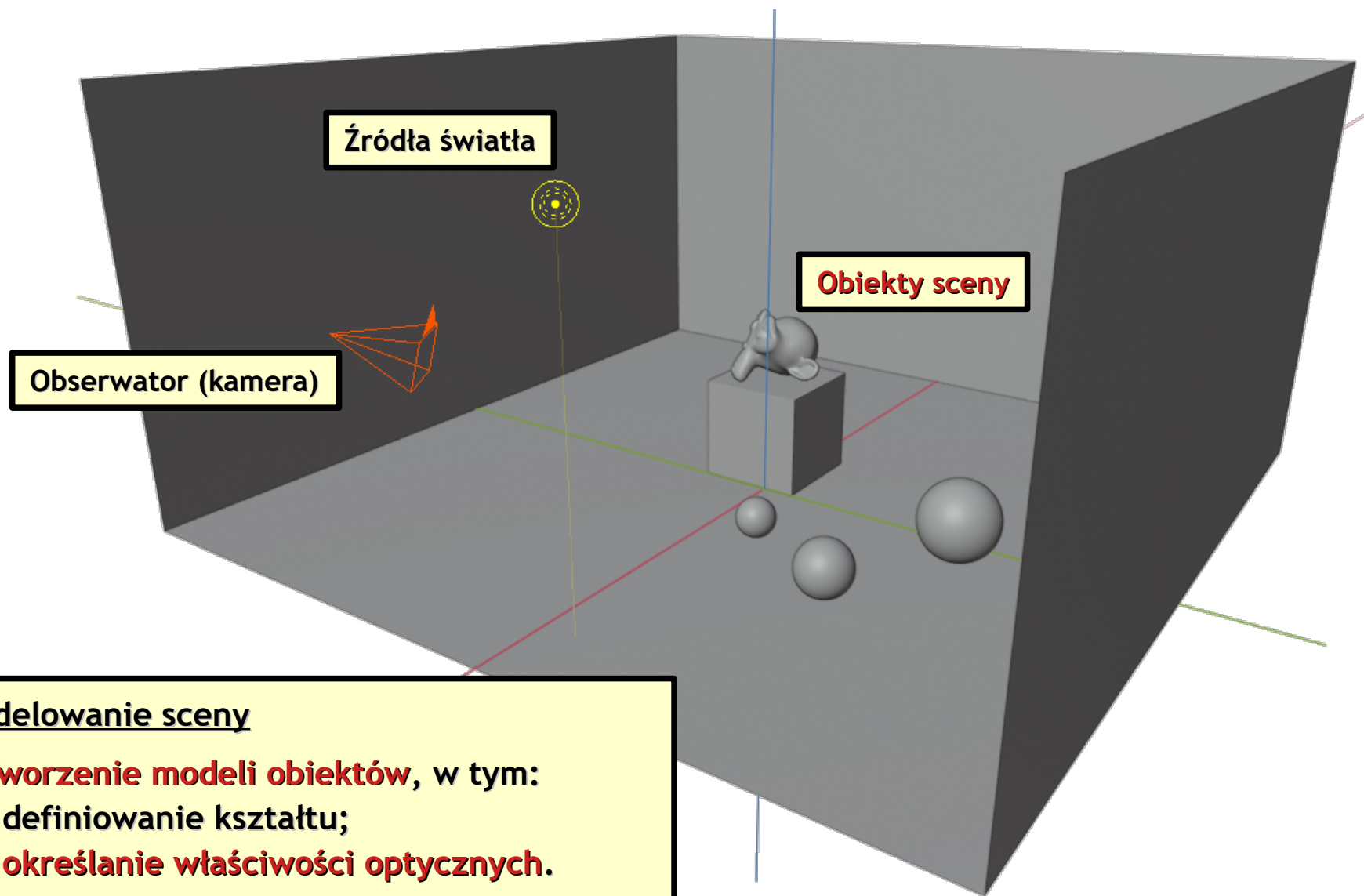


Modelowanie 3D: kształty obiektów (techniki pomocnicze – CSG)

Przykłady użycia techniki CSG



Modelowanie 3D: modelowanie obiektów – określanie właściwości



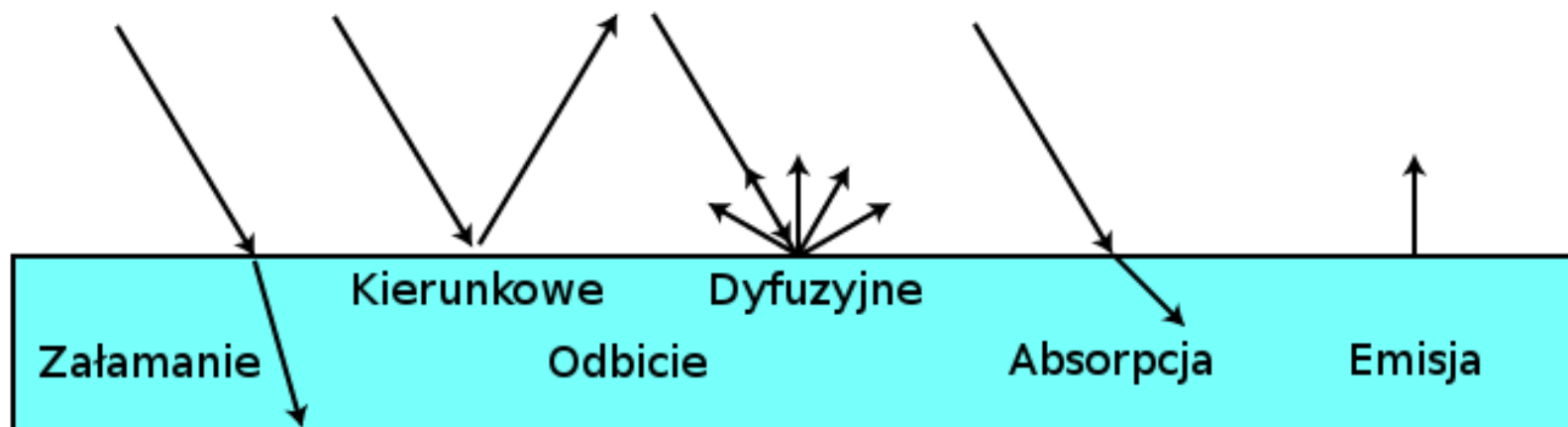
Modelowanie sceny

- **Tworzenie modeli obiektów**, w tym:
 - definiowanie kształtu;
 - **określanie właściwości optycznych**.
- Rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny.
- Zdefiniowanie źródeł światła.
- Dodanie obserwatora (kamery).

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów

W grafice 3D właściwości wizualizowanych obiektów definiowane są w odniesieniu do założonego **modelu oświetlenia**, czyli zależności, która pozwala wyznaczyć barwę dowolnego punktu leżącego na powierzchni obiektu przy zadanych źródłach światła oraz parametrach materiału.

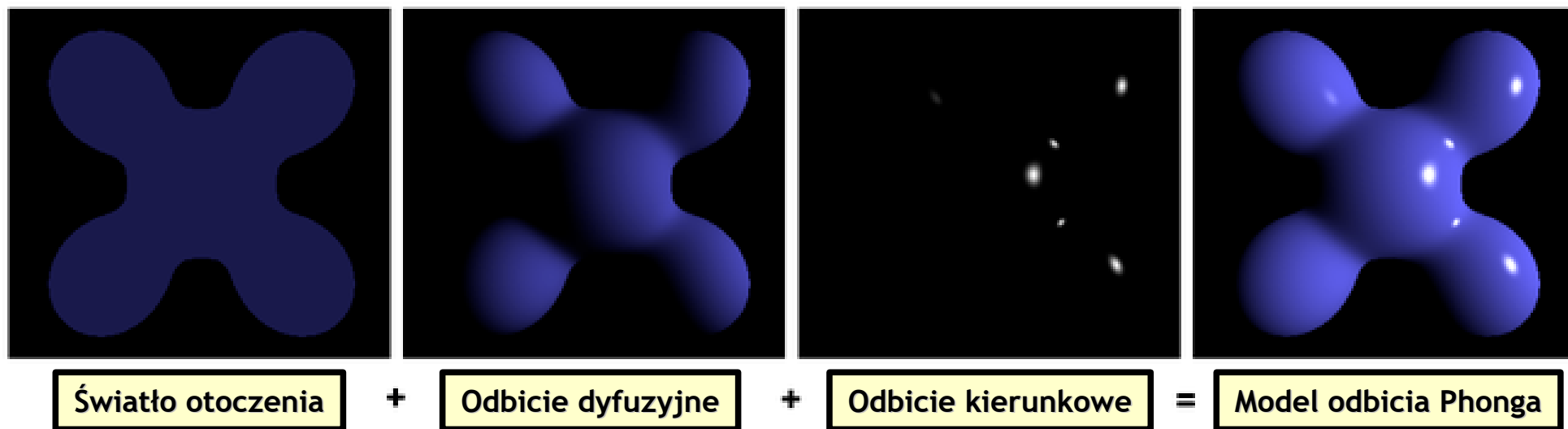
Idealny model oświetlenia powinien dokładnie opisywać wszystkie zjawiska fizyczne zachodzące podczas interakcji światła z materiałem, w tym: **odbicia kierunkowe (lustrzane) i dyfuzyjne (rozproszone)**, **załamanie** i **pochłanianie**.



W praktyce **często stosowane są przybliżone modele empiryczne**. Nie opierają się one na pełnym opisie fizycznym, a raczej na uproszczonych wzorach o współczynnikach dobranych eksperymentalnie tak, aby zapewnić wystarczający stopień realizmu przy jednocześnie akceptowalnym koszcie obliczeniowym.

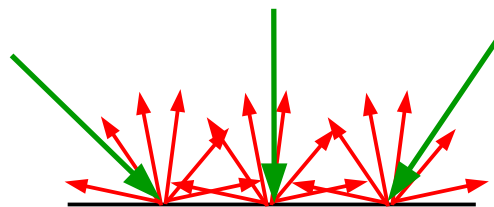
Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

W przypadku zjawiska **odbicia** jednym z często używanych w grafice komputerowej opisów jest **model Phong**, który uwzględnia dwa typy odbić (dyfuzyjne i kierunkowe) oraz rozproszone światło podające od otoczenia.



Trzy czynniki uwzględniane w modelu Phong:

- **Rozproszone światło otoczenia (*ambient light*)** powstałe na skutek wielokrotnych odbić od otaczających obiektów. Pada ono w sposób równomierny i bezkierunkowy na wszystkie obiekty w obrębie sceny, a jego natężenie ma jednakową wartość w każdym punkcie.



Udział tego czynnika zależy od natężenia światła otoczenia I_a :

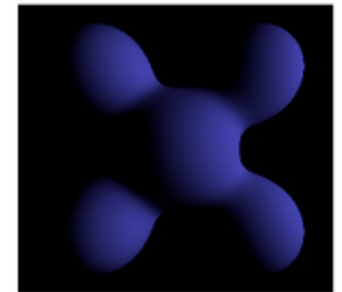
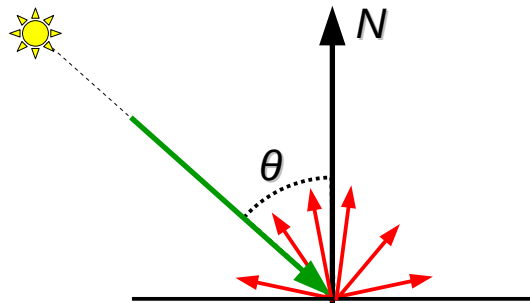
$$I_{ambient} = k_a \cdot I_a$$

gdzie k_a to **współczynnik odbicia światła otoczenia** (z zakresu $[0, 1]$).

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

Trzy czynniki uwzględniane w modelu Phong:

- **Odbicie dyfuzyjne (*diffuse*)**, typowe dla powierzchni matowych, które rozpraszają światło tak samo we wszystkich kierunkach. Natężenie odbitego w ten sposób promieniowania zależy od kąta padania światła na powierzchnię (kąta θ pomiędzy wektorem L skierowanym od źródła, a wektorem normalnym do powierzchni N).



Dla źródła światła o natężeniu I_p ten element modelu dany jest zależnością:

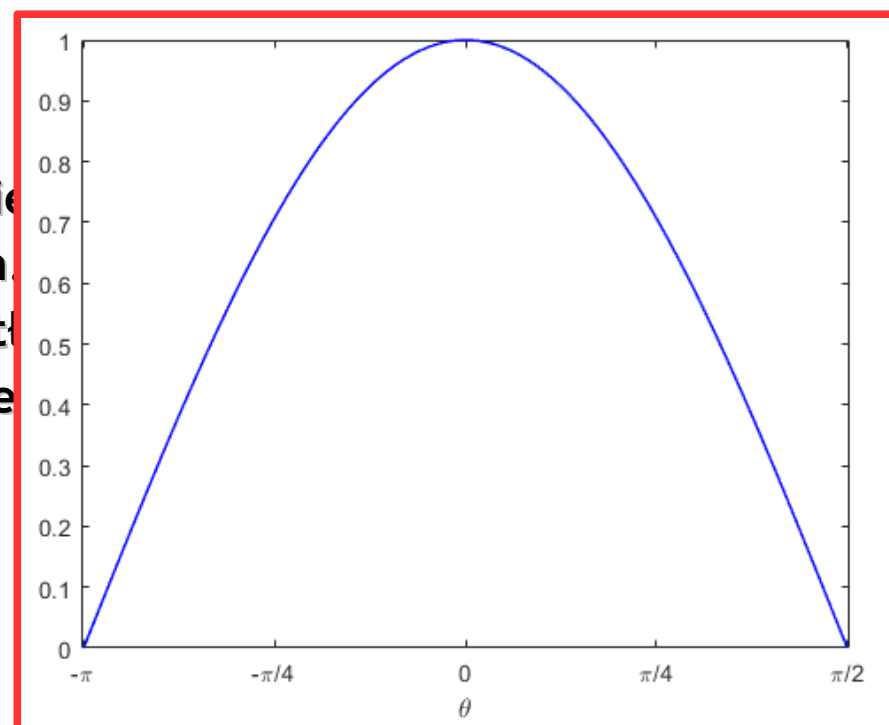
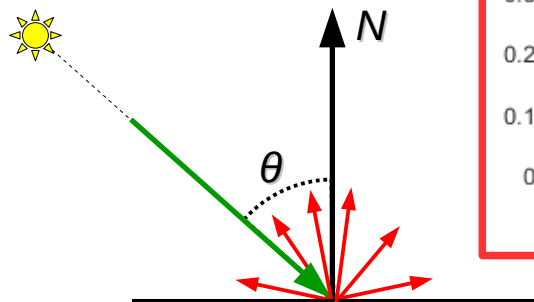
$$I_{diffuse} = k_d \cdot I_p \cdot \cos(\theta)$$

gdzie k_d jest **współczynnikiem odbicia dyfuzyjnego** (o wartościach z zakresu $[0, 1]$).

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

Trzy czynniki uwzględniane w modelu Phong:

- **Odbicie dyfuzyjne (*diffuse*)**, typowe dla powierzchni, które odbija światło tak samo we wszystkich kierunkach. Intensywność promieniowania zależy od kąta padania światła. Wektorem L skierowanym od źródła, a wektorem N skierowanym od powierzchni.



Dla źródła światła o natężeniu I_p ten element modelu jest zależnością:

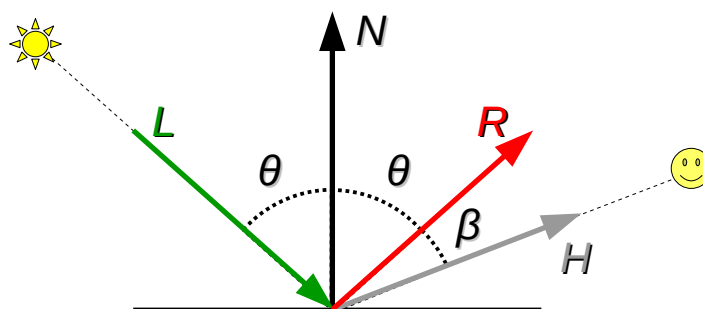
$$I_{diffuse} = k_d \cdot I_p \cdot \cos(\theta)$$

gdzie k_d jest **współczynnikiem odbicia dyfuzyjnego** (o wartościach z zakresu $[0, 1]$).

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

Trzy czynniki uwzględniane w modelu Phong:

- **Odbicie kierunkowe (*specular*)** typu zwierciadlanego, którego wartość jest zależna od kąta padania światła i kierunku obserwacji (kąta β między wektorem w kierunku idealnego odbicia R , a wektorem biegnącym w stronę obserwatora H).



Natężenie światła odbitego kierunkowo w modelu Phong wyraża się wzorem:

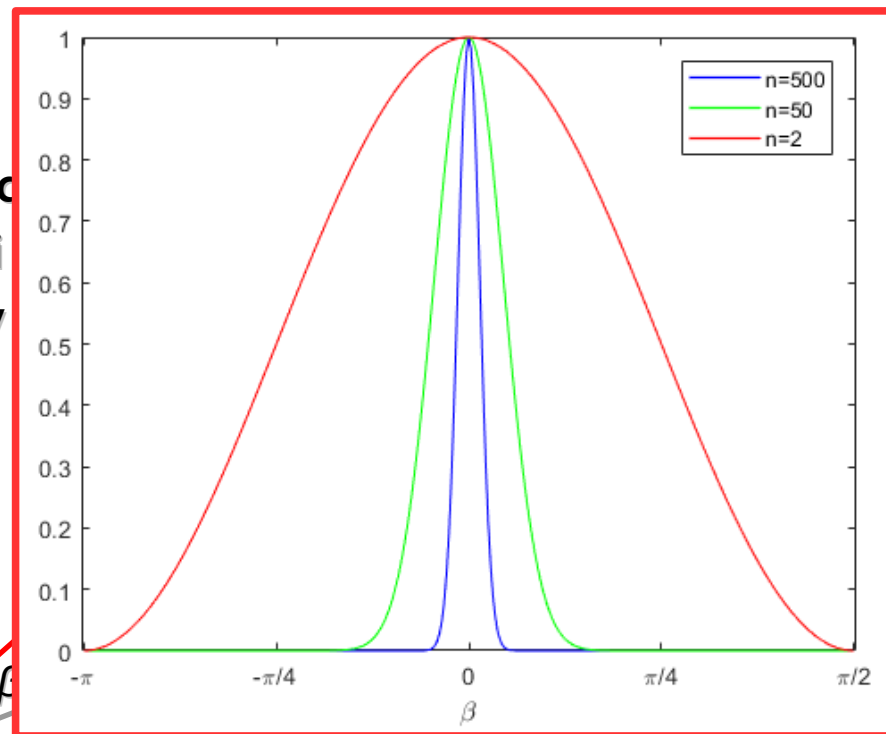
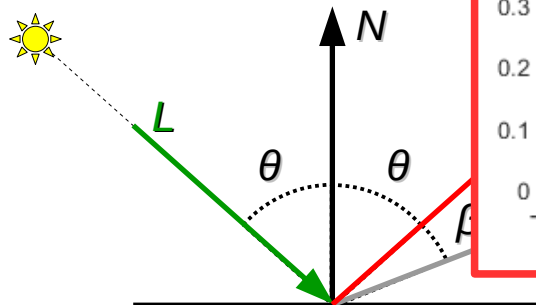
$$I_{\text{specular}} = k_s \cdot I_p \cdot \cos^n(\beta)$$

gdzie k_s to **współczynnik odbicia kierunkowego** (z zakresu $[0, 1]$), natomiast n jest **współczynnikiem gładkości powierzchni** (wartości od kilku do kilkuset).

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

Trzy czynniki uwzględniane w modelu Phong:

- **Odbicie kierunkowe (*specular*)** typu zwierciadła, zależne od kąta padania światła i kierunku obserwacji, idealnego odbicia R , a wektorem biegnącym w



Natężenie światła odbitego kierunkowo w modelu Phong wyraża się wzorem:

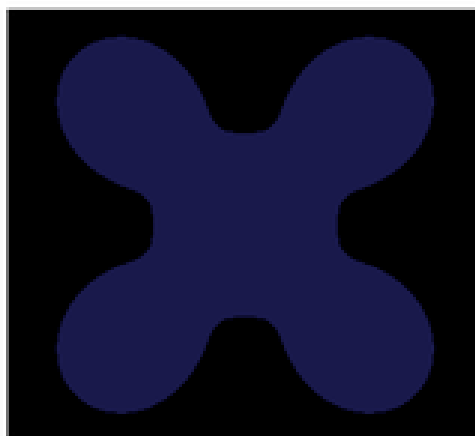
$$I_{\text{specular}} = k_s \cdot I_p \cos^n(\beta)$$

gdzie k_s to **współczynnik odbicia kierunkowego** (z zakresu $[0, 1]$), natomiast n jest **współczynnikiem gładkości powierzchni** (wartości od kilku do kilkuset).

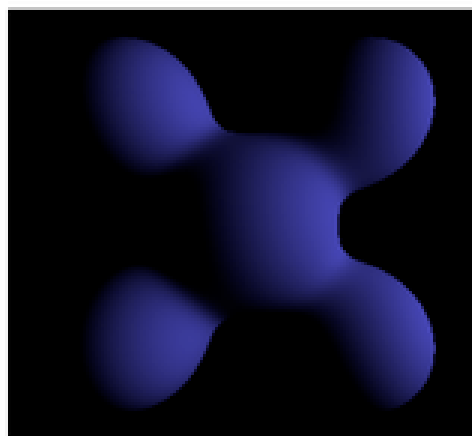
Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

Wypadkowe natężenie światła odbitego jest sumą wszystkich elementów modelu:

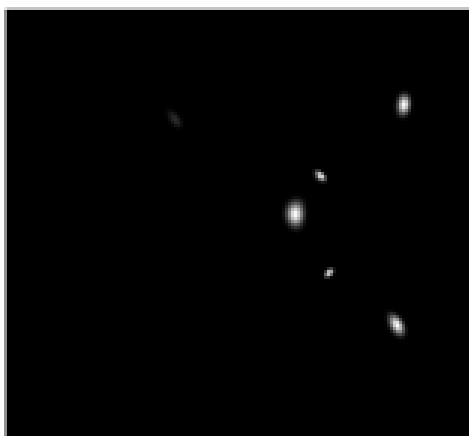
$$I = I_{ambient} + I_{diffuse} + I_{specular} =$$
$$= k_a \cdot I_a + k_d \cdot I_p \cdot \cos(\theta) + k_s \cdot I_p \cdot \cos^n(\beta) = k_a \cdot I_a + I_p \cdot (k_d \cdot \cos(\theta) + k_s \cdot \cos^n(\beta))$$



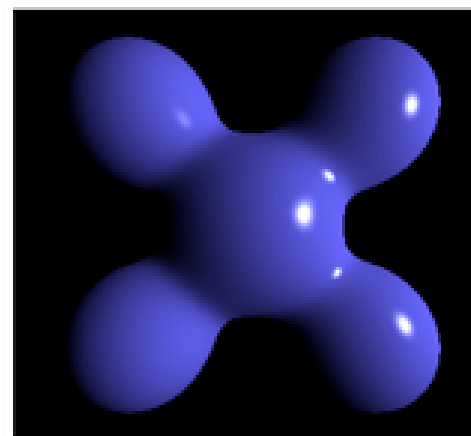
Światło otoczenia



Odbicie dyfuzyjne



Odbicie kierunkowe



Model odbicia Phong

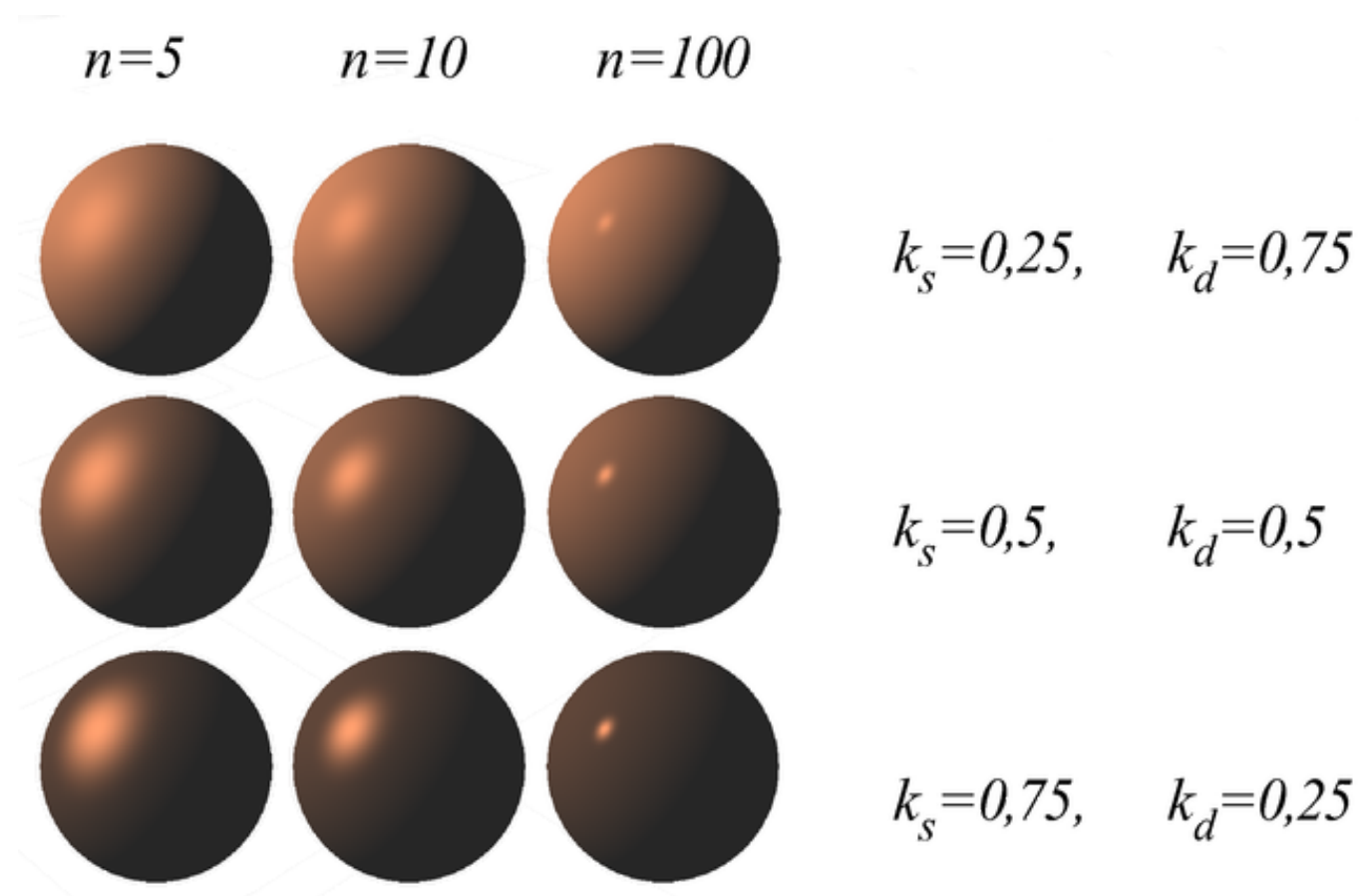
Dla K źródeł światła sumaryczny model przybiera postać:

$$I = k_a \cdot I_a + \sum_{i=1}^K I_p^{(i)} \cdot (k_d \cdot \cos(\theta^{(i)}) + k_s \cdot \cos^n(\beta^{(i)}))$$

W przypadku źródeł światła barwnego możliwe jest stosowanie powyższych równań osobno dla każdej ze składowych **R** **G** **B**.

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (model odbicia)

Odpowiedni dobór wartości parametrów modelu Phong (współczynników odbicia k_a , k_s i k_d oraz współczynnika gładkości n) pozwala modelować właściwości materiałów, z których zbudowane są obiekty.

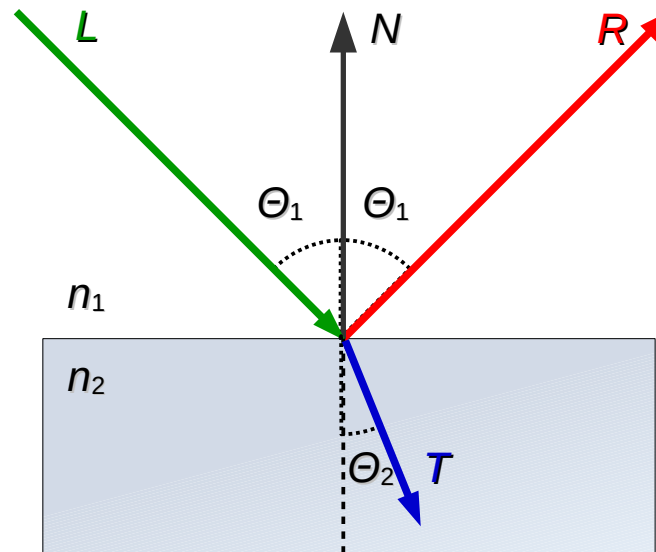


Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (refrakcja)

Na granicy ośrodków następuje nie tylko odbicie kierunkowe, ale również **załamanie (refrakcja)** pod kątem θ_2 , zależnym od kąta padania θ_1 oraz wartości **współczynników załamania światła obu ośrodków (n_1 i n_2)**:

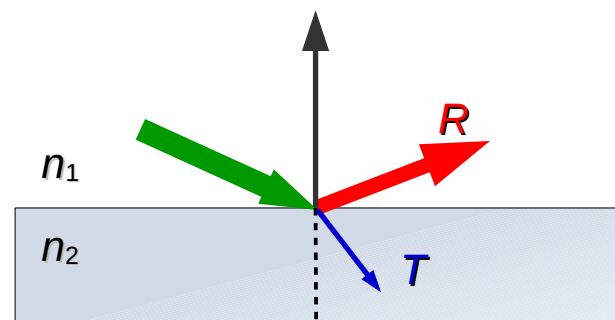
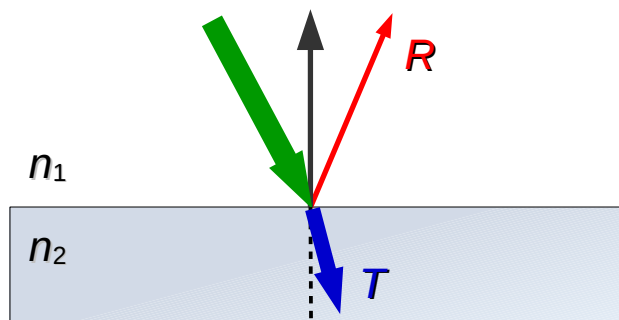
$$\frac{\sin \Theta_1}{\sin \Theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

gdzie n_{21} to względny współczynnik załamania ośrodka drugiego względem pierwszego (dla wody wynosi on około 1,3 względem powietrza, dla szkła - w przybliżeniu 1,5).



Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (refrakcja)

Względny udział odbicia i refrakcji w najprostszym podejściu modeluje się za pomocą stałego współczynnika. W rzeczywistości jednak jest on zależny od kąta padania oraz rodzaju polaryzacji światła i jest opisany **równaniem Fresnela**.



W grafice komputerowej często przyjmuje się przybliżona postać tej zależności dla światła niespolaryzowanego (zaproponowaną przez Schlicka):

$$F(\Theta_1) = F_0 + (1 - F_0) \cdot (1 - \cos(\Theta_1))^5$$

$$F_0 = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}$$

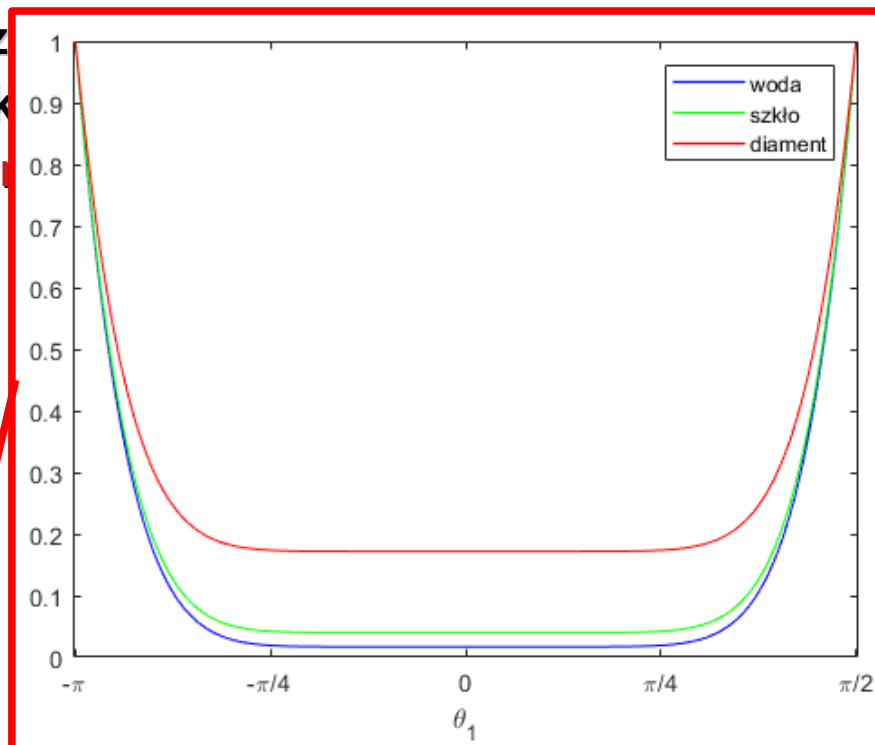
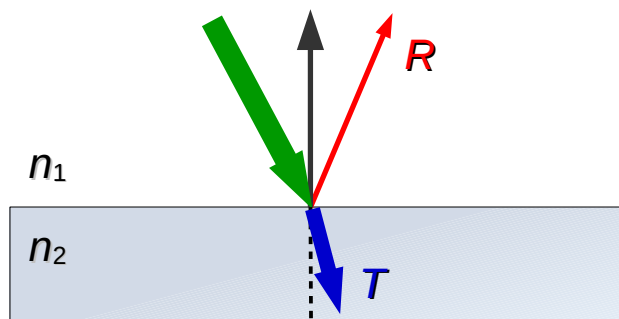
Ostatecznie, udział obu zjawisk można wyznaczyć z równania:

$$I = F(\Theta_1) \cdot I_R + (1 - F(\Theta_1)) \cdot I_T$$

gdzie I_T i I_R to, odpowiednio, natężenie światła odbitego i ulegającego załamaniu.

Modelowanie 3D: właściwości optyczne obiektów (refrakcja)

Względny udział odbicia i refrakcji w najprostszym modelu zależy od stałego współczynnika. W rzeczywistości jednak zależy od rodzaju polaryzacji światła i jest opisany **równaniem**



W grafice komputerowej często przyjmuje się **model Schlicka** dla światła niespolaryzowanego (zaproponowaną przez Schlicka):

$$F(\Theta_1) = F_0 + (1 - F_0) \cdot (1 - \cos(\Theta_1))^5$$

$$F_0 = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}$$

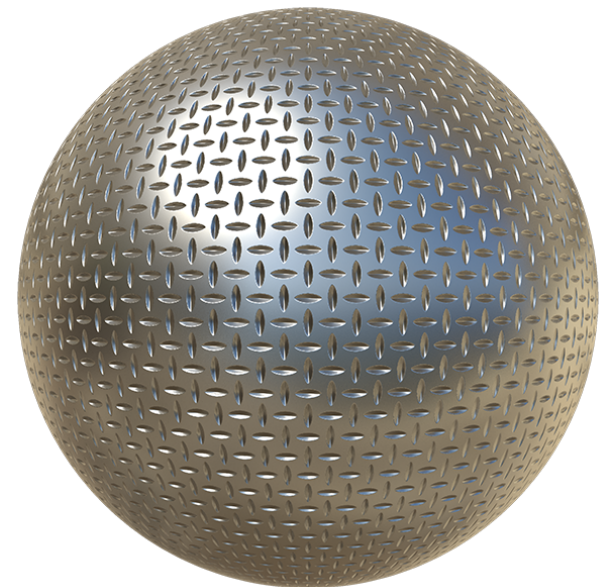
Ostatecznie, udział obu zjawisk można wyznaczyć z równania:

$$I = F(\Theta_1) \cdot I_R + (1 - F(\Theta_1)) \cdot I_T$$

gdzie I_T i I_R to, odpowiednio, natężenie światła odbitego i ulegającego załamaniu.

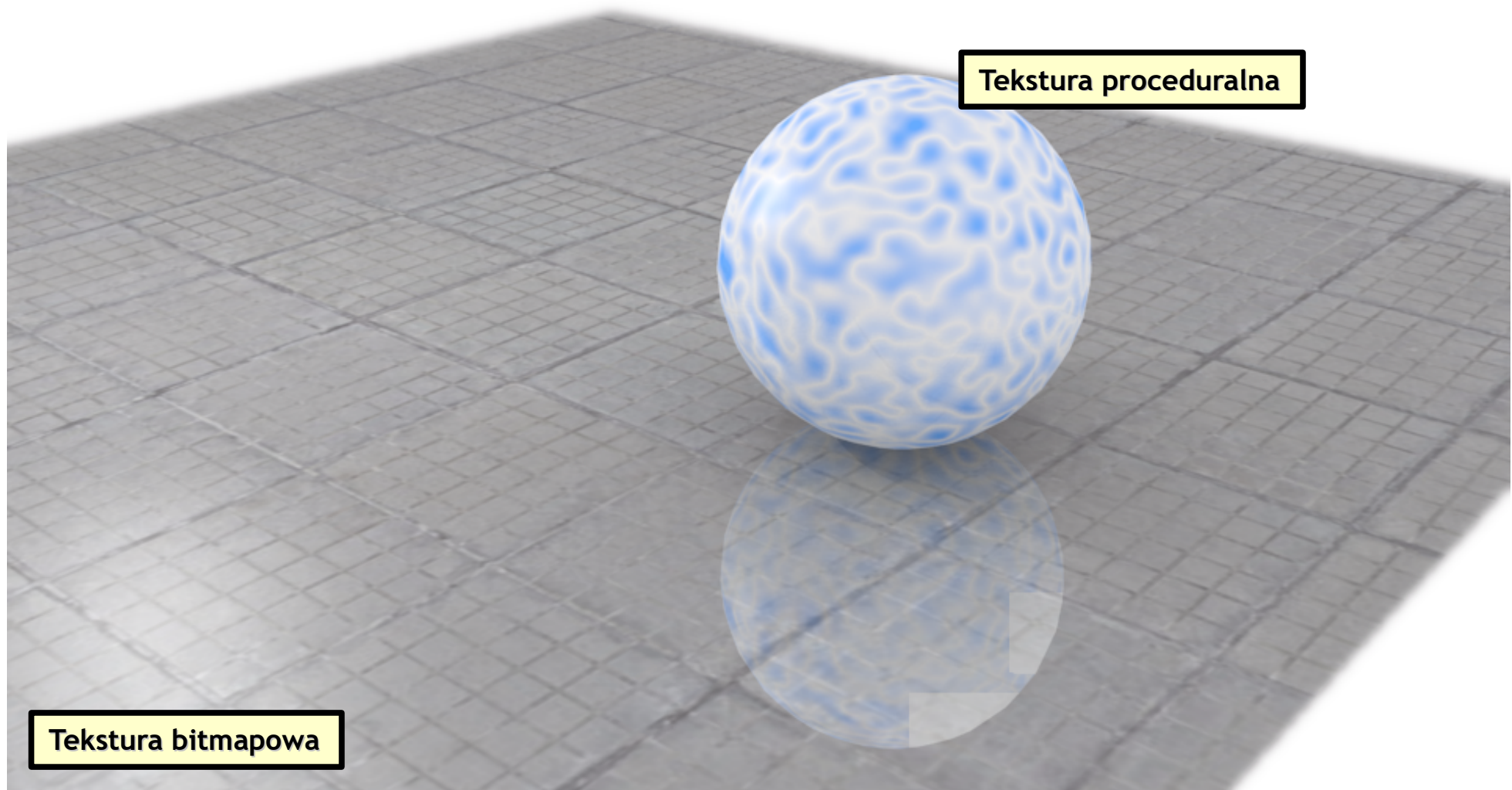
Modelowanie 3D: właściwości obiektów (tekstury)

Wiele rzeczywistych materiałów - takich jak choćby tynk czy drewno - ma nie tylko określoną barwę i właściwości optyczne, ale też charakterystyczną fakturę. Proces odwzorowywania tego typu detali powierzchni określa się mianem **tekstutowania**.



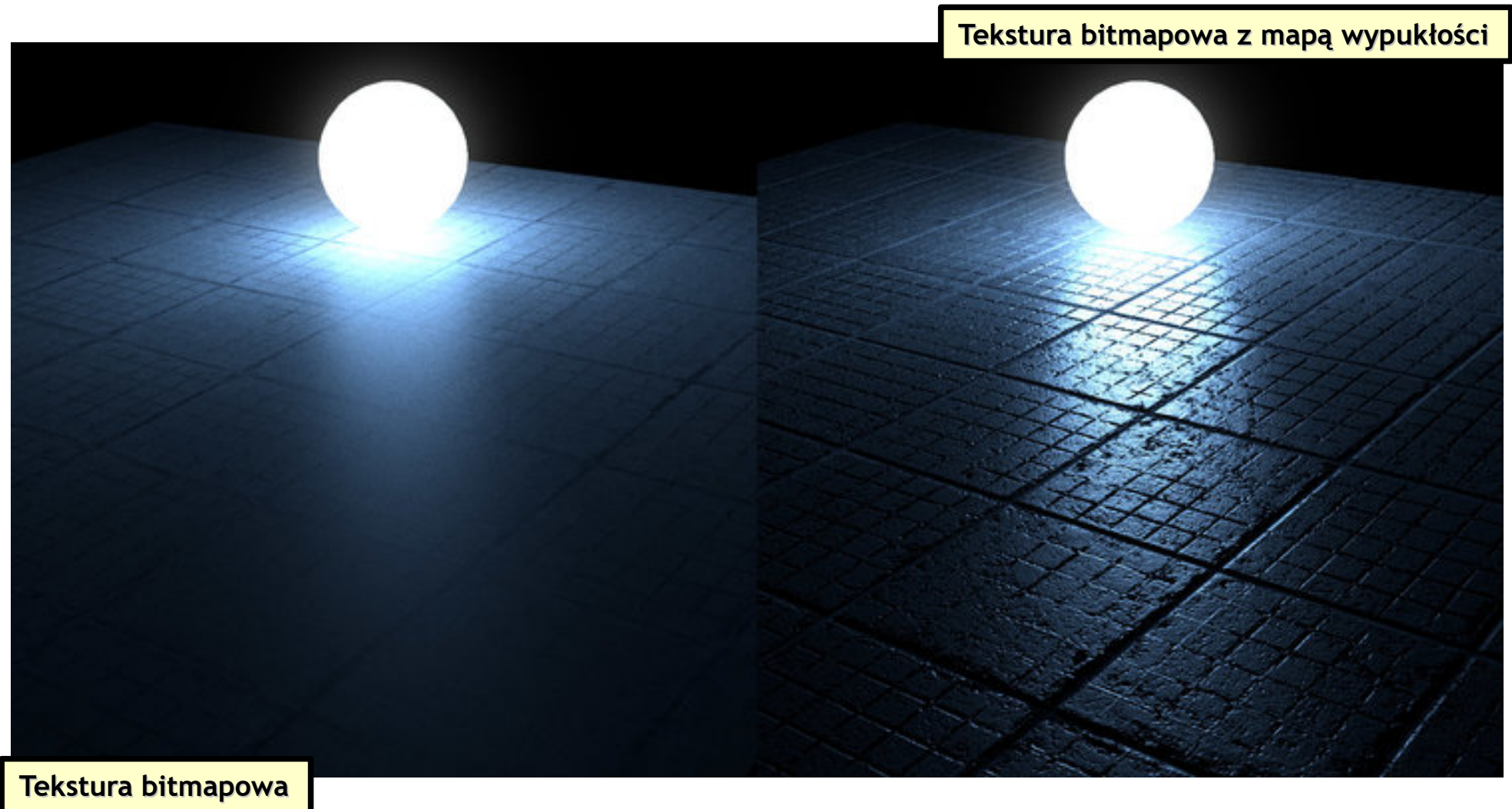
Modelowanie 3D: właściwości obiektów (tekstury)

Najprostszą formą tekstutowania jest nałożenie na model **tekstury bitmapowej**, czyli dwuwymiarowego obrazu rastrowego. W efekcie jednolity kolor powierzchni zostanie zastąpiony kolorami pobranymi z pikseli obrazu. Podobną rolę spełniają **tekstury proceduralne**, przy czym w ich przypadku kolory są wyznaczone przy użyciu funkcji matematycznych.



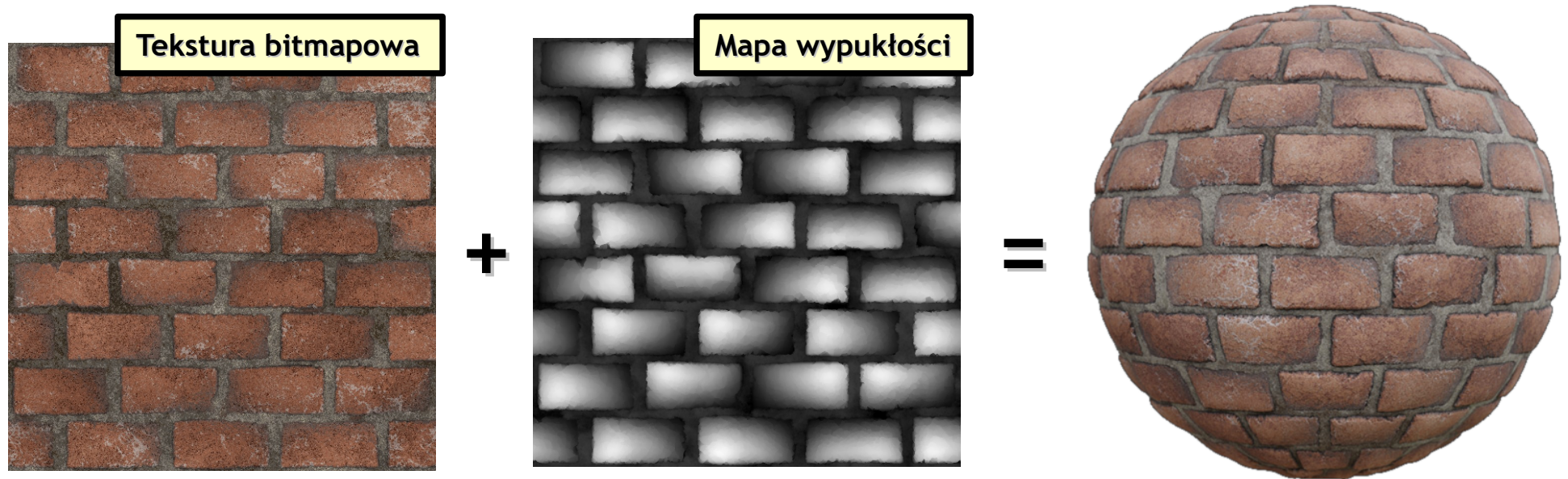
Modelowanie 3D: właściwości obiektów (tekstury - mapa wypukłości)

Tekstury często łączy się funkcjami wektorowymi dwóch zmiennych, opisującymi lokalne właściwości materiału. Dobrym przykładem takiego podejścia jest **mapowanie wypukłości (*bump mapping*)**, pozwalające imitować drobne nierówności materiału, które trudno byłoby dokładnie oddać na etapie tworzenia modelu trójwymiarowego.



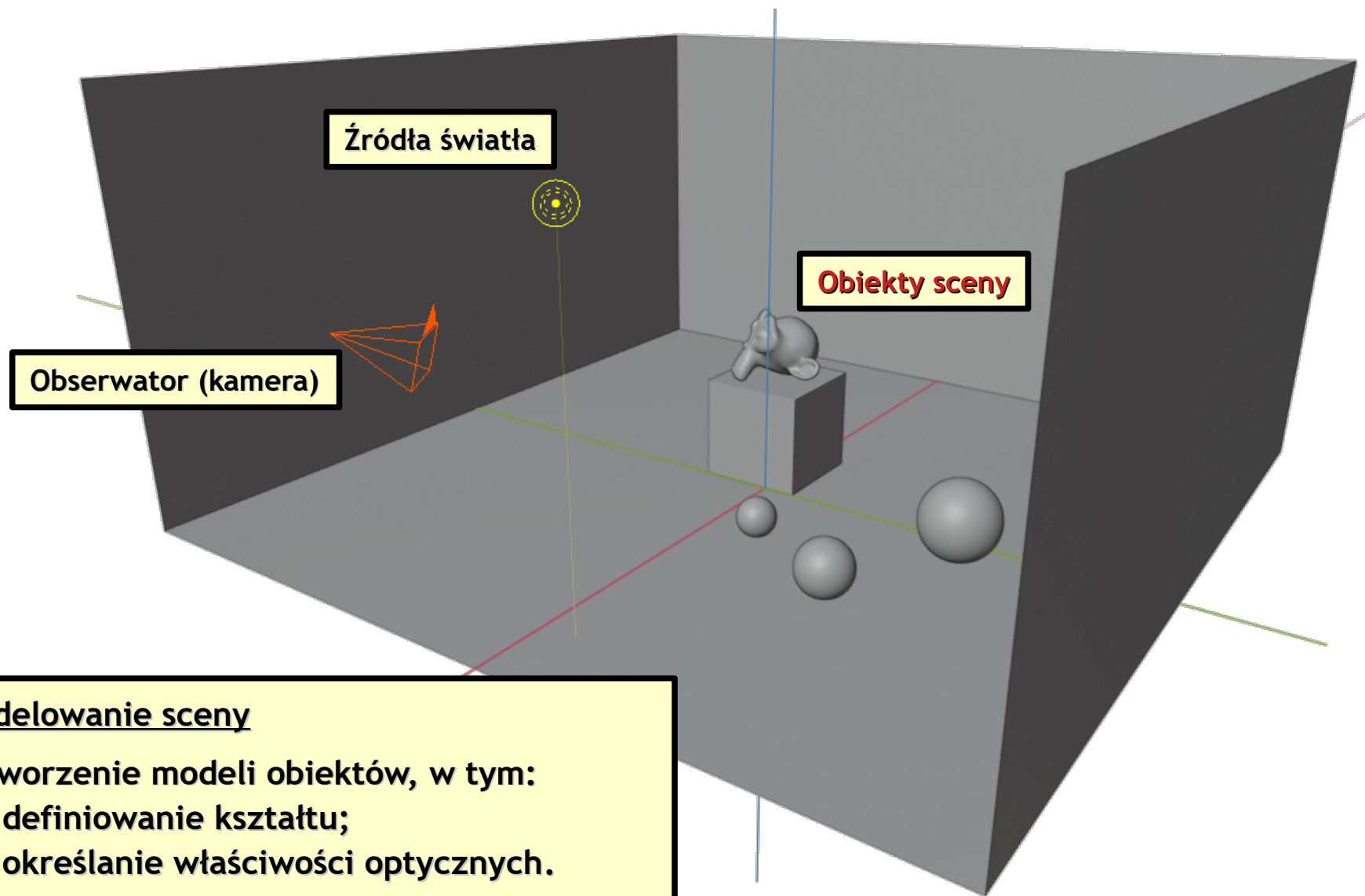
Modelowanie 3D: właściwości obiektów (tekstury - mapa wypukłości)

Klasyczna **mapa wypukłości** jest obrazem w skali szarości, o rozmiarach jednakowych jak tekstura bitmapowa, w którym jasności pikseli reprezentują stopień wklęsłości lub wypukłości punktów na powierzchni obiektu.



Możliwe jest też **mapowanie kierunków wektorów normalnych (*normal mapping*)**, co zwykle daje lepsze efekty niż samo przesunięcie wysokości danego punktu względem powierzchni przy zachowaniu oryginalnego kierunku wektora normalnego.

Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny



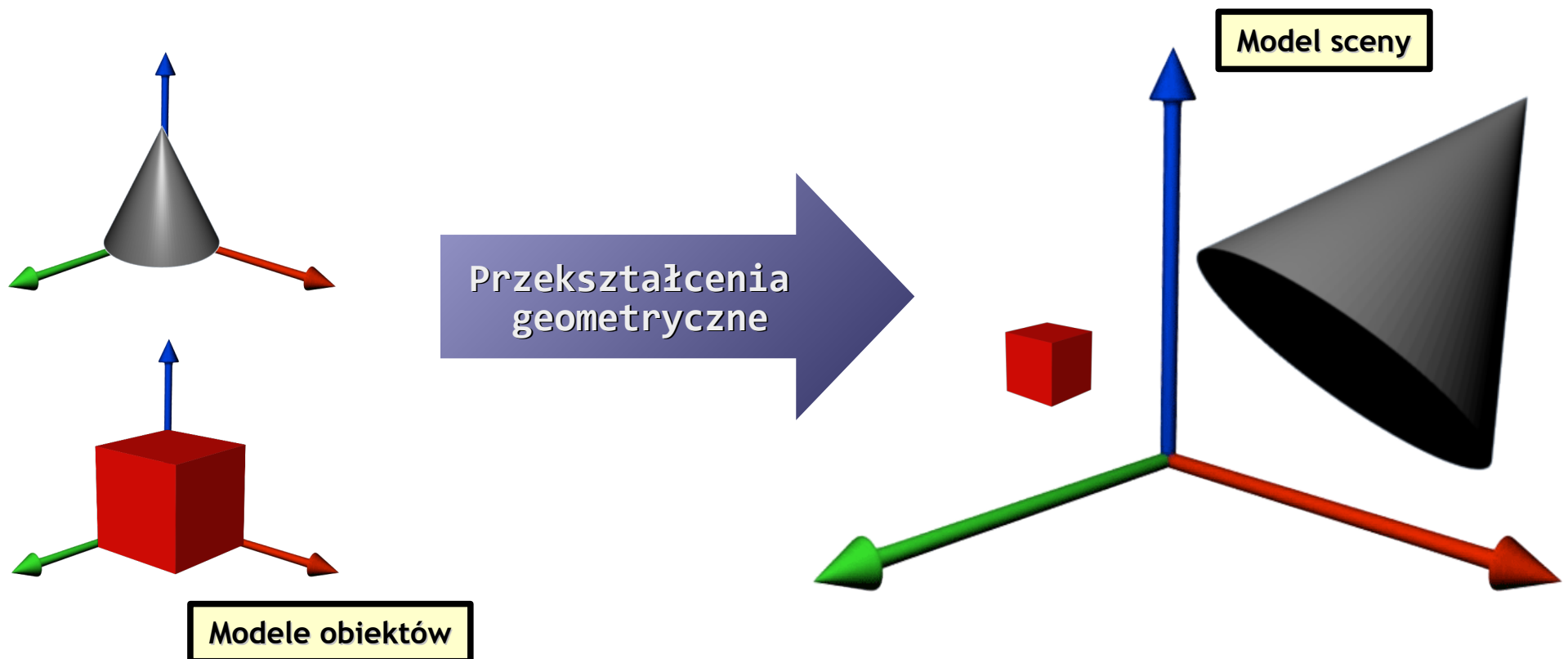
Modelowanie sceny

- Tworzenie modeli obiektów, w tym:
 - definiowanie kształtu;
 - określanie właściwości optycznych.
- **Rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny.**
- Zdefiniowanie źródeł światła.
- Dodanie obserwatora (kamery).

Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny

Pełne zdefiniowanie układu sceny wymaga:

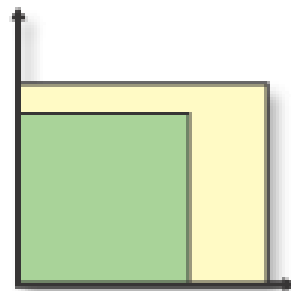
- przeniesienia modeli obiektów z lokalnych układów współrzędnych do wspólnego globalnego układu współrzędnych sceny;
- rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny, czyli ustalenie ich pozycji i rozmiarów za pomocą odpowiednich **przekształceń geometrycznych**.



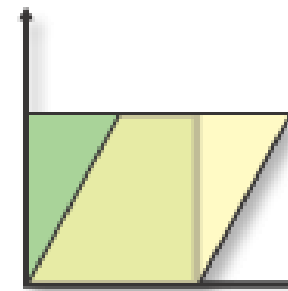
Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny (przekształcenia)

Najczęściej używanym rodzajem przekształceń geometrycznych są **przekształcenia afiniczne**, które we wzajemnie jednoznaczny sposób odwzorowują odcinki na odcinki, zachowując przy tym równoległość linii (nie muszą natomiast zachowywać równości kątów i odległości pomiędzy punktami).

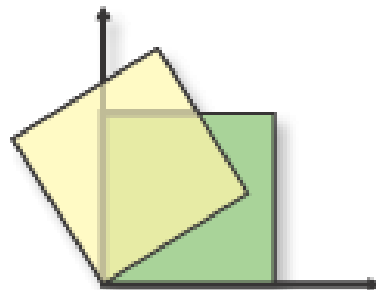
Transformacje afiniczne obejmują w szczególności wszelkiego rodzaju izometrie (przesunięcia, obroty, itp.), jednokładności czy powinowactwa osiowe.



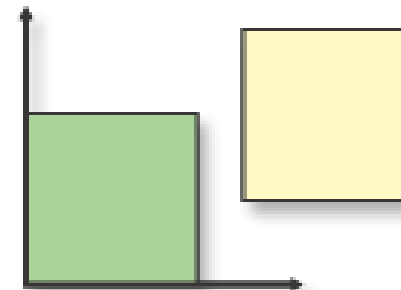
Skalowanie



Pochylenie



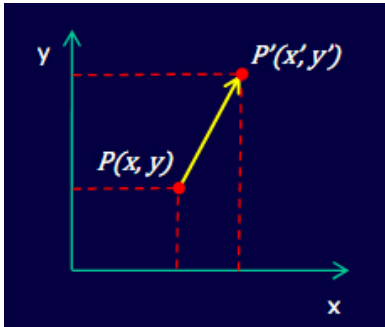
Obracanie



Translacja

Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny (przekształcenia)

W przypadku 2D przekształcenia afiniczne odwzorowują punktu P o współrzędnych (x, y) , na punkt P' o współrzędnych (x', y') zgodnie z ogólną zależnością:



$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}$$

$$y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}$$

Konkretne przekształcenia uzyskuje się przez dobranie wartości współczynników a_{ij} .

Przesunięcie o wektor $[t_x, t_y]$

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

Obrót o kąt θ

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

Przeskalowanie o współczynniki (s_x, s_y)

$$x' = s_x x$$

$$y' = s_y y$$

Pochylenie o współczynniki (k_x, k_y)

$$x' = x + k_x y$$

$$y' = y + k_y x$$

Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny (przekształcenia)

W grafice komputerowej przekształcenia afiniczne najczęściej definiuje za pomocą tzw. **znormalizowanych współrzędnych jednorodnych**, czyli na płaszczyźnie o $Z = 1$ w trójwymiarowym układzie (X, Y, Z) .

Wówczas odwzorowanie współrzędnych w wyniku przekształcenia można przedstawić jako mnożenie macierzowe:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Konwencja ta ma dwie podstawowe zalety:

- wszystkie przekształcenia (łącznie z translacją) można zapisać w jednolitej formie;
- macierz przekształcenia złożonego (np. połączenia rotacji i translacji) uzyskuje się przez prawostronne mnożenie macierzy przekształceń podstawowych.

Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny (przekształcenia)

Macierze przykładowych dwuwymiarowych przekształceń afinicznych wyrażonych w układzie współrzędnych jednorodnych:

Przesunięcie o wektor $[t_x, t_y]$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Obrót o kąt θ (wokół „osi Z”)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Skalowanie o współczynniki (s_x, s_y)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pochylenie o współczynniki (k_x, k_y)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k_x & 0 \\ k_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Modelowanie 3D: definiowanie układu sceny (przekształcenia)

W przypadku 3D używa się 4-wymiarowego układu współrzędnych jednorodnych:

Przesunięcie o wektor $[t_x, t_y, t_z]$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Skalowanie o współczynniki (s_x, s_y, s_z)

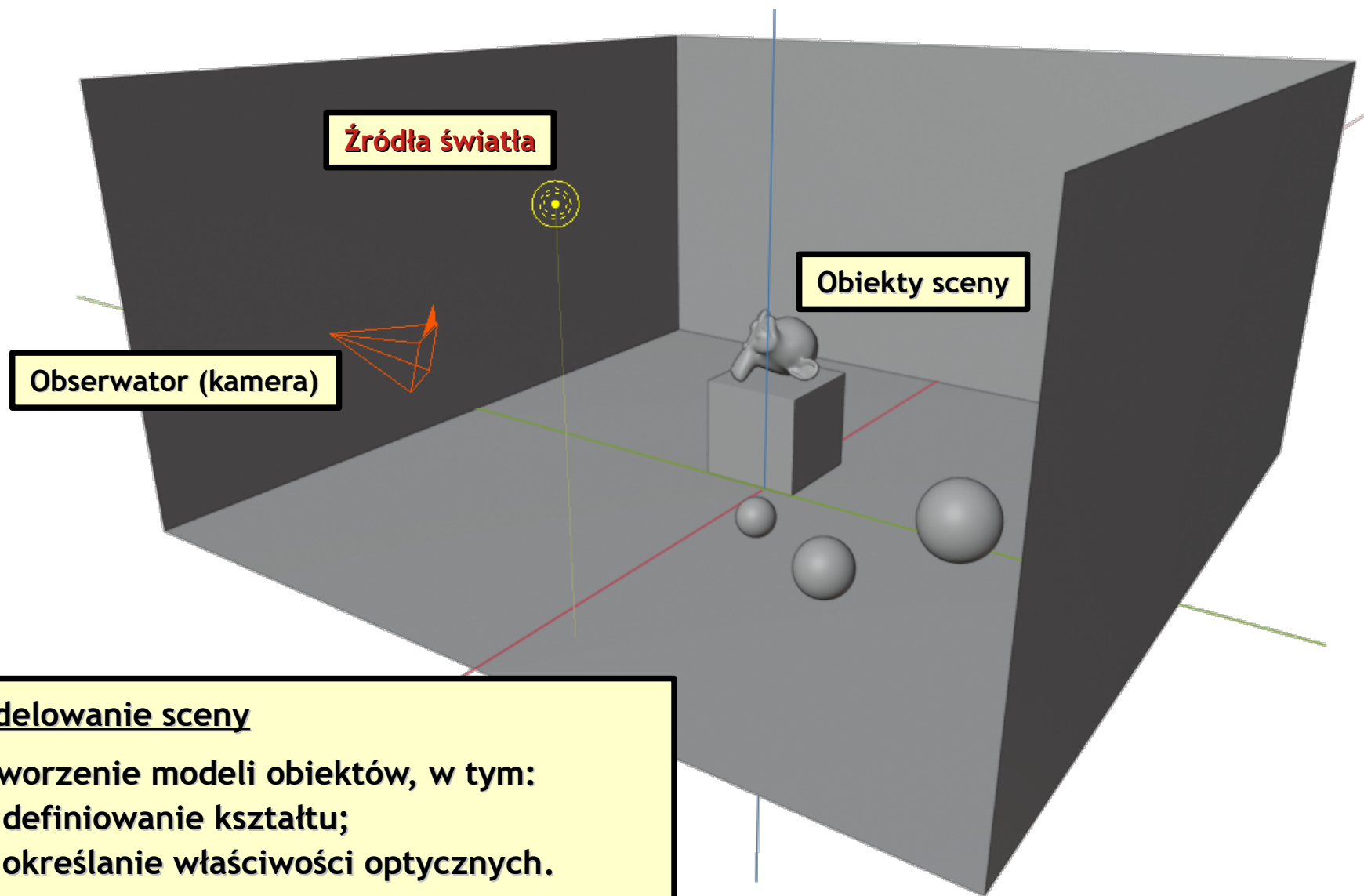
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Obrót o kąt θ (wokół osi Z, X oraz Y)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ 0 & \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & \sin \Theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \Theta & 0 & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

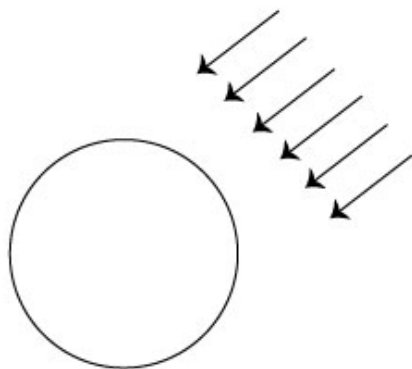


Modelowanie sceny

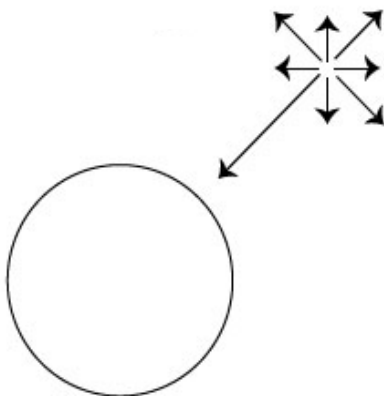
- Tworzenie modeli obiektów, w tym:
 - definiowanie kształtu;
 - określanie właściwości optycznych.
- Rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny.
- **Zdefiniowanie źródeł światła.**
- Dodanie obserwatora (kamery).

Do pełnego zdefiniowania sceny wymagane jest określenie sposobu jej oświetlenia, czyli dobranie i rozmieszczenie **źródeł światła**. W obrębie sceny można umieścić dowolną liczbę źródeł światła różnych typów, w tym np.:

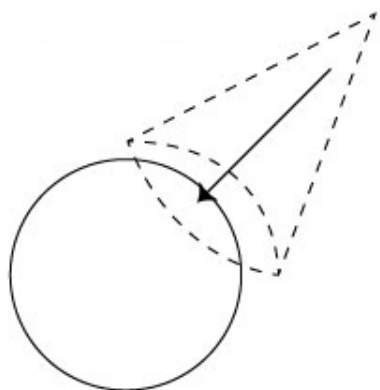
- **kierunkowe (*directional light*)**: oświetlenie promieniami biegnącymi równolegle. Wszystkie promienie padają na obiekt pod tym samym kątem;



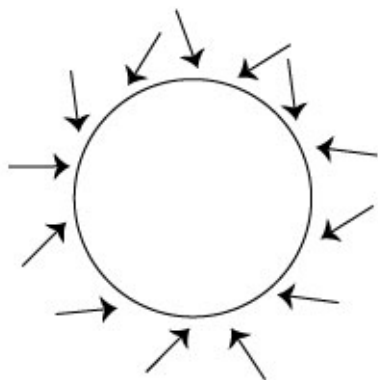
- **punktowe (*point light*)**: jednorodna emisja światła we wszystkich kierunkach z pojedynczego punktu. Promienie padają na obiektu pod różnymi kątami;



- **stożkowe (spot light)**: źródło punktowe, którego promienie rozchodzą się tylko w obrębie stożka o pewnym kącie rozwarcia. Możliwe są również inne sposoby kierunkowego modelowania charakterystyki (np. reflektorowe, powierzchniowe);

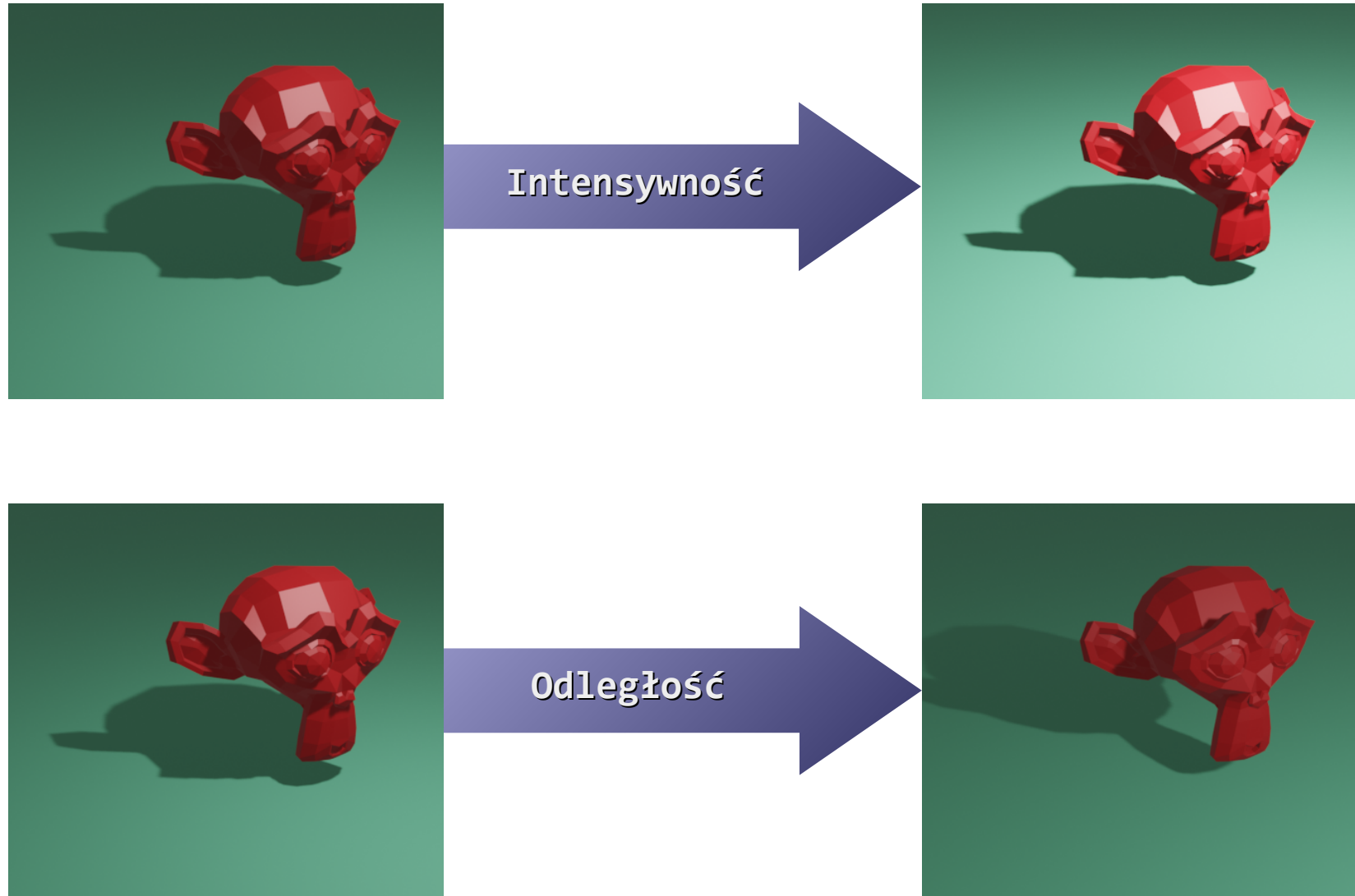


- **światło otoczenia (ambient light)**: oświetlenie o nie zdefiniowanej kierunkowości, pozwalające uwzględnić fakt, że w rzeczywistości obiekty są widoczne nawet przy braku konkretnego źródła światła.

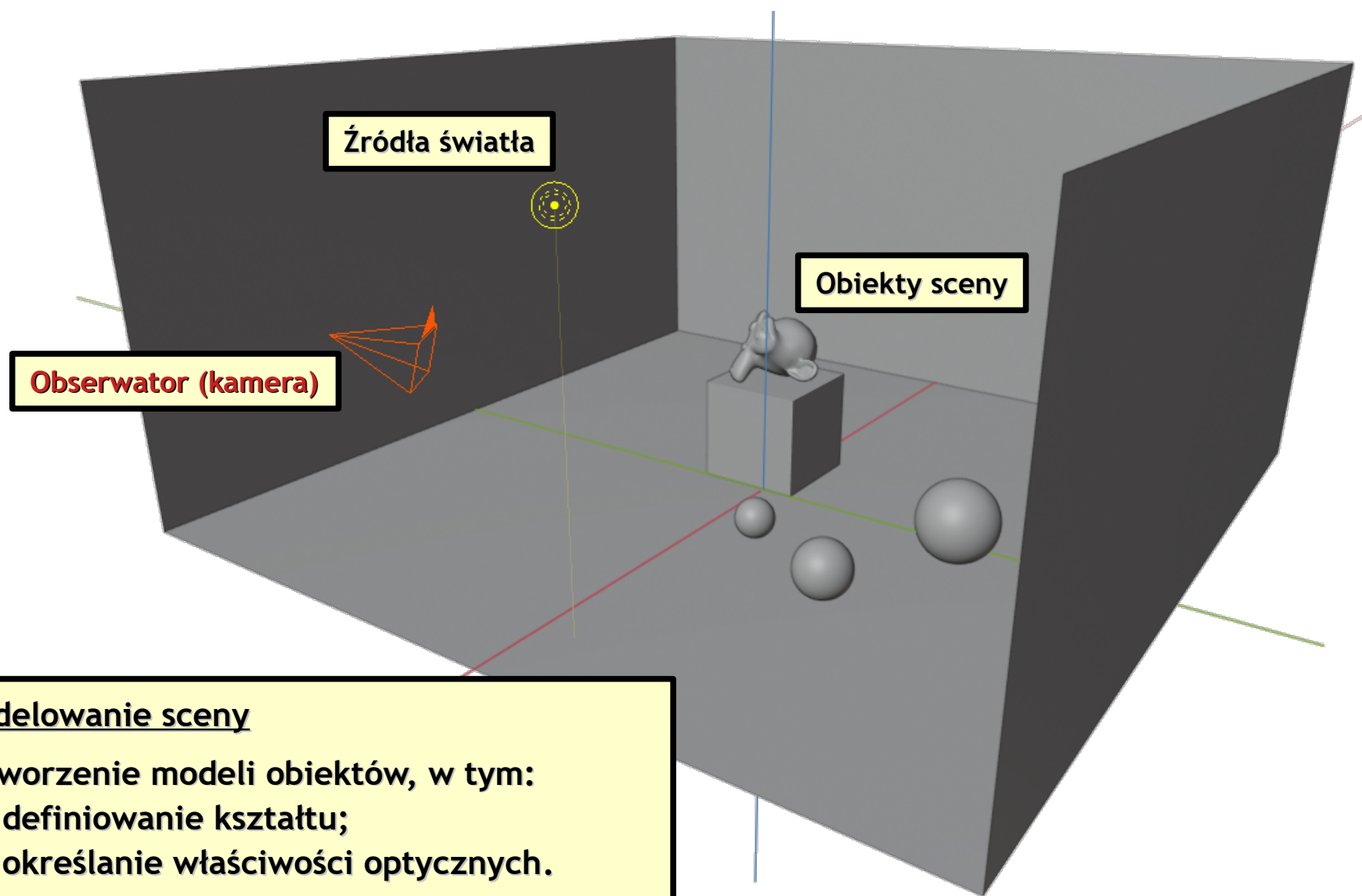


Modelowanie 3D: oświetlenie

Oprócz rodzaju źródła światła istotne znaczenie mają również jego parametry (w tym kolor, intensywność, współczynnik zanikania, ...) oraz lokalizacja i skierowanie.



Modelowanie 3D: obserwator (kamera)



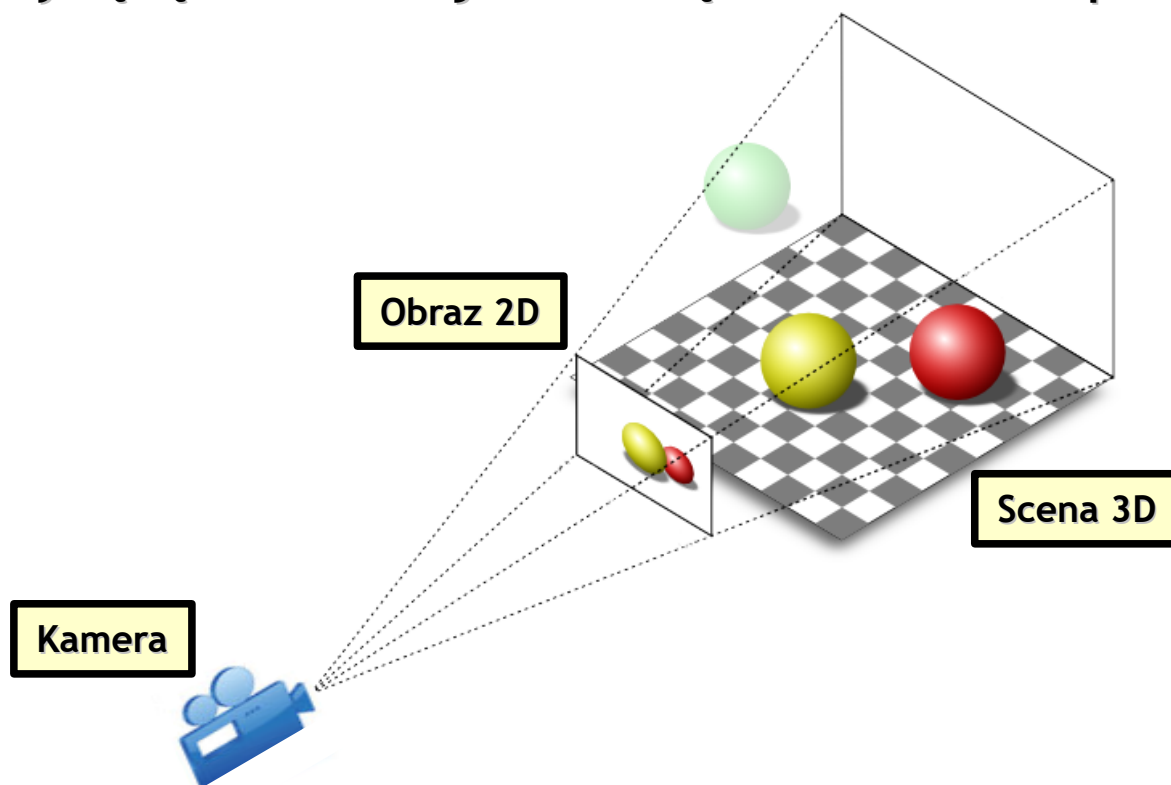
Modelowanie sceny

- Tworzenie modeli obiektów, w tym:
 - definiowanie kształtu;
 - określanie właściwości optycznych.
- Rozmieszczanie obiektów w obrębie sceny.
- Zdefiniowanie źródeł światła.
- **Dodanie obserwatora (kamery).**

Modelowanie 3D: kamera

Zdefiniowaną scenę można obserwować z różnych punktów i pod różnymi kątami. Aby wybrać interesujący nas widok wprowadza się do sceny **kamerę (obserwatora)**.

Kamerę definiujemy przez podanie jej **lokalizacji**, **orientacji (skierowania)**, **kąta widzenia** oraz **typu rzutowania**. Od wyboru tych parametrów zależeć będzie, które elementy sceny będą widoczne i jak zostaną zobrażowane w procesie renderingu.



[sbme-tutorials.github.io]

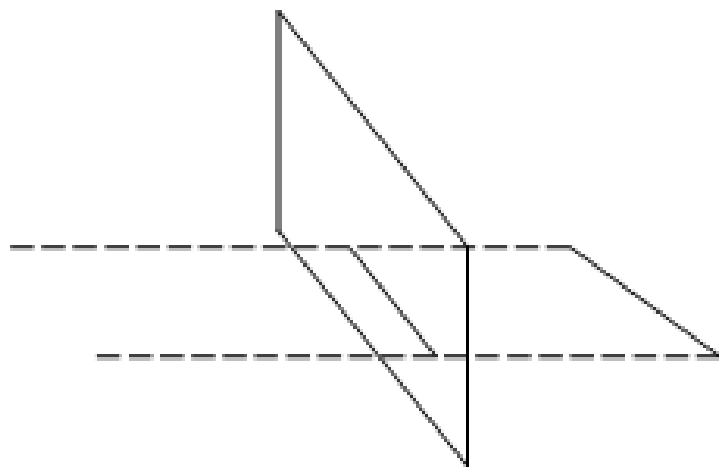
W modelowanej scenie możemy umieścić dowolną liczbę kamer, a dopiero podczas renderingu określamy, z której z nich będziemy korzystać. Ponadto, w przypadku scen animowanych, kamera może zmienić w czasie swoje położenie i parametry.

Modelowanie 3D: kamera (rzutowanie)

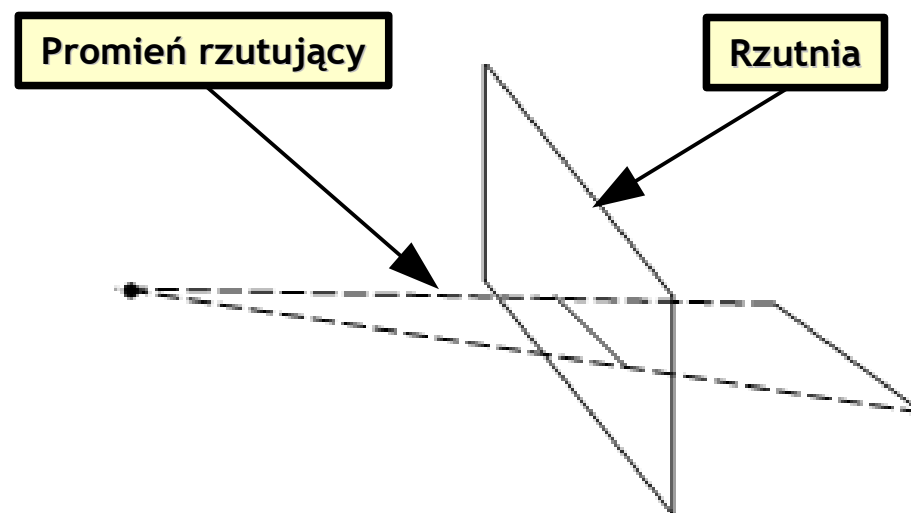
Kamera decyduje o metodzie **rzutowania** trójwymiarowych obiektów na płaszczyznę.

Rzutowanie polega na poprowadzeniu prostych (**promieni rzutujących**) przez każdy z punktów obiektu i znalezieniu punktów wspólnych tych prostych z **płaszczyzną rzutowania (rzutnią)**.

W zależności od sposobu prowadzenia promieni rzutujących można uzyskać różne rodzaje rzutów, z których największe znaczenia dla komputerowej grafiki 3D mają dwa: równoległy prostokątny i perspektywiczny.



Rzut równoległy prostokątny

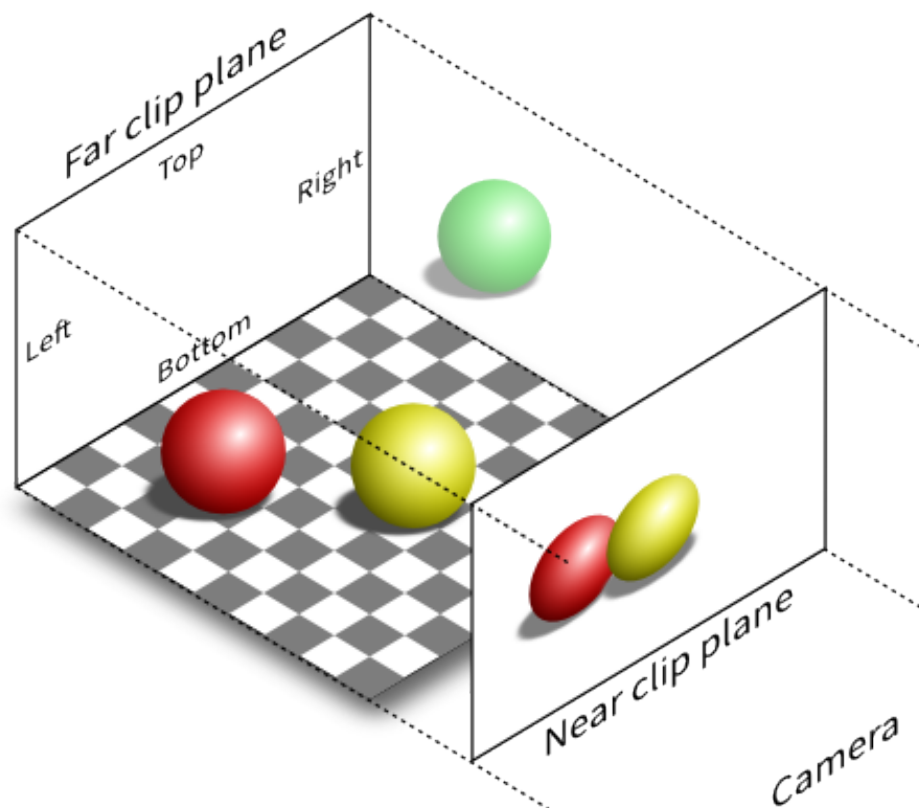


Rzut perspektywiczny

Modelowanie 3D: kamera (rzutowanie)

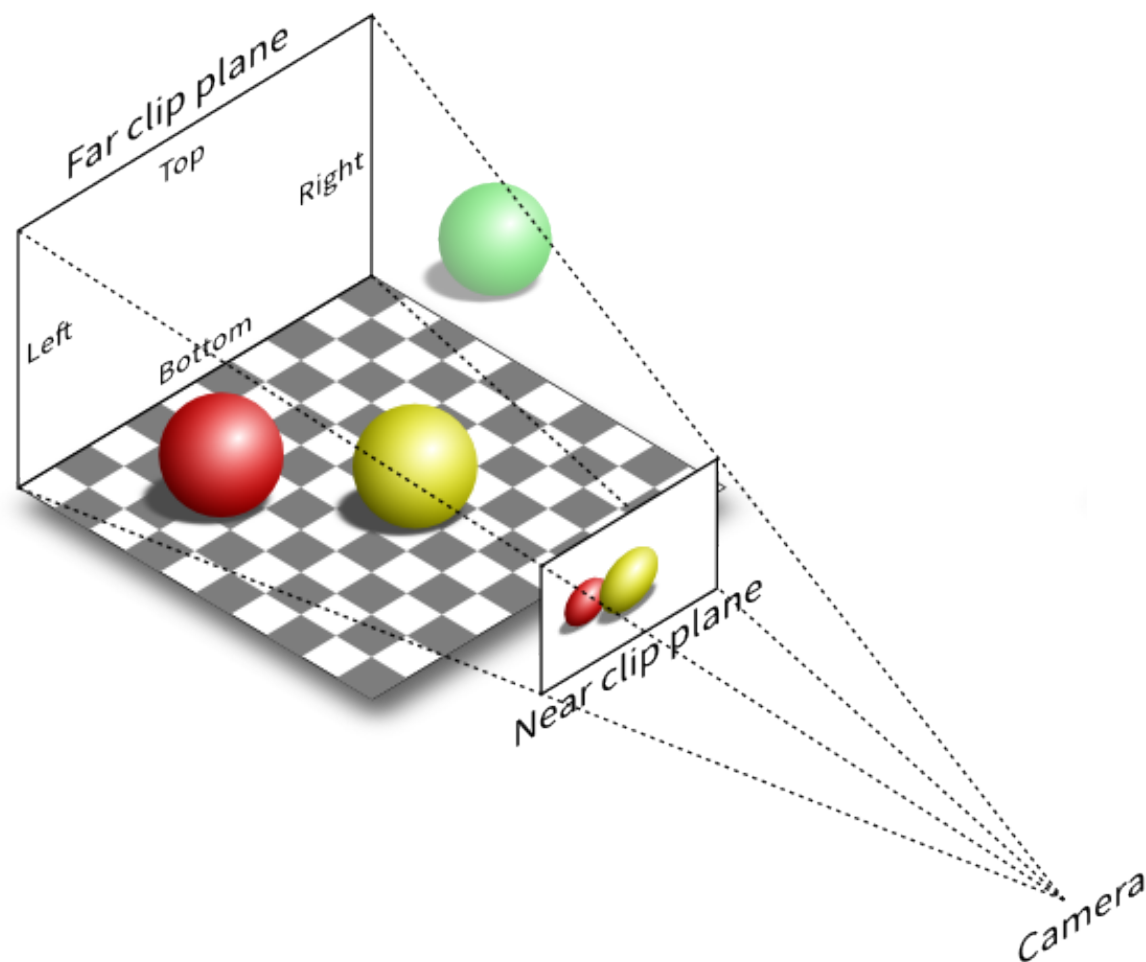
W **rzucie równoległym** promienie rzutujące są prostymi równoległymi. W przypadku **rzutu równoległego prostokątnego** dodatkowo kierunek rzutowania jest prostopadły do rzutni (jeżeli tak nie jest, to mówi się o rzucie równoległym ukośnym).

Rzutowanie równoległe zachowuje równoległość prostych oraz proporcje długości odcinków równoległych, co pozwala na wyznaczanie wymiarów na podstawie rzutu. Najczęstszym obszarem zastosowań tego typu rzutowania są aplikacje typu CAD/CAM.



Modelowanie 3D: kamera (rzutowanie)

Rzutowanie perspektywiczne używa promieni rzutujących w postaci pęku prostych zbiegających się w tzw. środku rzutowania. W takim przypadku tylko dokładnie jeden promień może być prostopadły do płaszczyzny rzutni, zaś reszta tworzy z nią kąty mniejsze od kąta prostego. Tego typu rzutowanie pozwala uzyskać obrazy zbliżone do postrzeganych przez człowieka.



DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ

Materiały opracowane w ramach zadania 15 „Modyfikacja międzywydziałowych studiów I stopnia na kierunku Inżynieria Biomedyczna” projektu „NERW PW. Nauka - Edukacja - Rozwój - Współpraca”, współfinansowanego jest ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

**Politechnika
Warszawska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

