

dr inż. Karol Radecki

MODULACJE KODOWE i CYFROWE

*materiały do wykładu
Teoria Sygnałów i Modulacji*

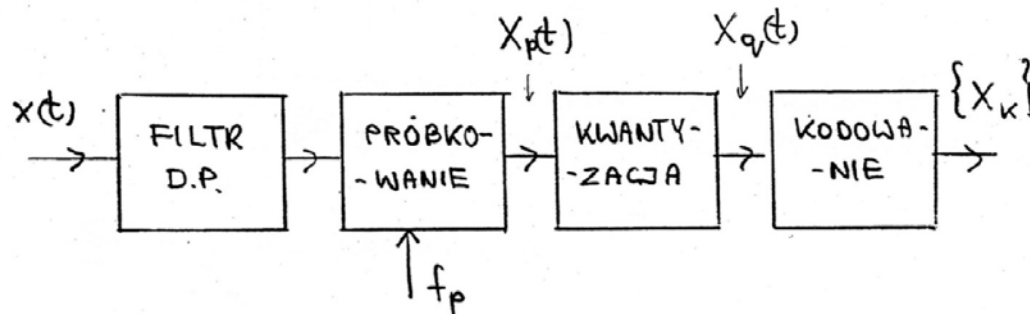
1. MODULACJE IMPULSOWE KODOWE

1. Modułacja PCM (Pulse Code Modulation)
2. Modułacja Delta
3. Modułacja DPCM (Difference PCM)

Zalety mod.

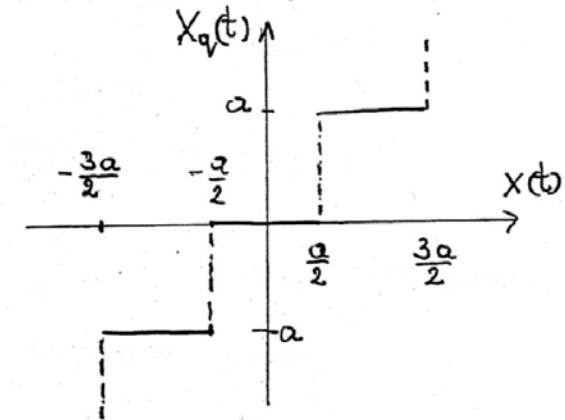
- możliwość regeneracji impulsów
- możliwość przesłania imp. w sieciach transm. danych
- możliwe szybkie przełączenie sygnałów imp.
- scalone układy cyfrowe

MODULACJA PCM

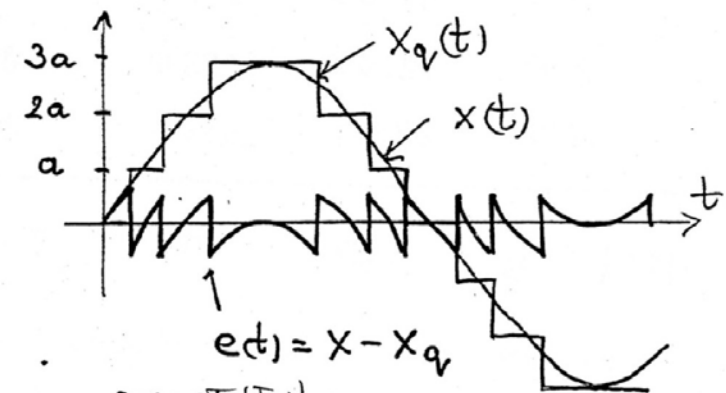


Kwantyzacja sygnałów równomierna

ch-tyka kwantyzatora



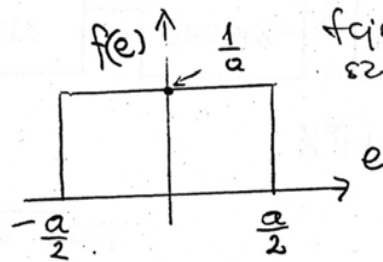
$$X_q = a \text{ ENT} \left(\frac{X}{a} + \frac{1}{2} \right)$$



sygnał błąd
tzw. szum kwantyzacji

Szum kwantyzacji

$$\overline{e^2} = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 f(e) de = \frac{a^2}{12}$$



fcie gęstości prawdopodob.
szumu kwantyzacji

Moc szumu kwant:

$$N_k \div \overline{e^2}$$

Moc sygnału:

$$P = \frac{U^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{aM}{2} \right)^2 = \frac{a^2 M^2}{8}$$

M - liczba przedz. kwant.

Stosunek P/N_k :

$$\frac{P}{N_k} = \frac{3}{2} M^2 = 3 \cdot 2^{2n-1} \quad \text{gdym} = 2^n$$

$$\frac{P}{N_k} [\text{dB}] = 10 [\lg 3 + (2n-1) \lg 2] = 6.02n + 1.76 [\text{dB}]$$

Optymalny przedział kwantowania dla funkcji
gęstości prawdop. szumu typu Gauss'a

$L = 2^n$	α_{opt}	$\overline{e^2}$	$P/N_k [\text{dB}]$
4	0.9957	0.1188	13.8
8	0.5860	0.0374	19.8
16	0.3352	0.0115	25.8

KODOWANIE

L - podstawa kodu

$M = L^n$ - liczba słów kodu

Naturalny kod binarny

Numer słowa

$$R = \sum_{k=0}^n a_k 2^{n-k}$$

$a_k = 0$ lub 1

Stowo: 10010

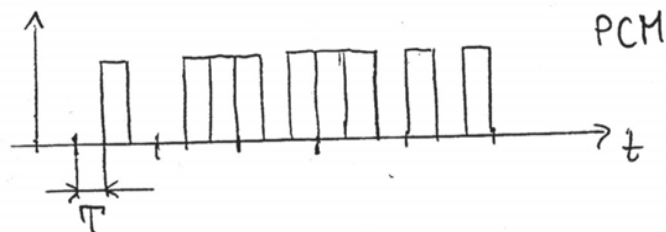
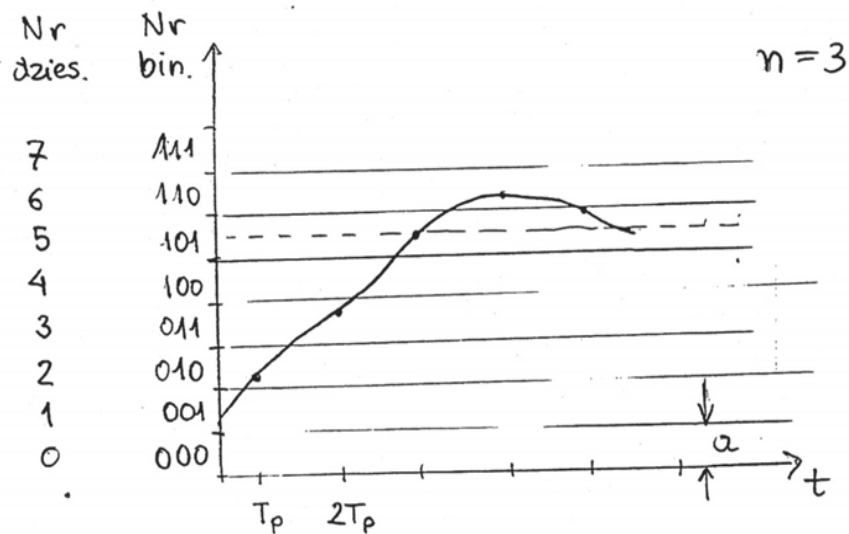
MSB (MOST SIGNIFICANT BIT)

LSB (LEAST SIGNIFICANT BIT)

Jego nr dziesięty:

$$a_0 2^4 + a_1 2^3 + a_2 2^2 + a_3 2^1 + a_4 2^0 =$$

$$= 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 18$$

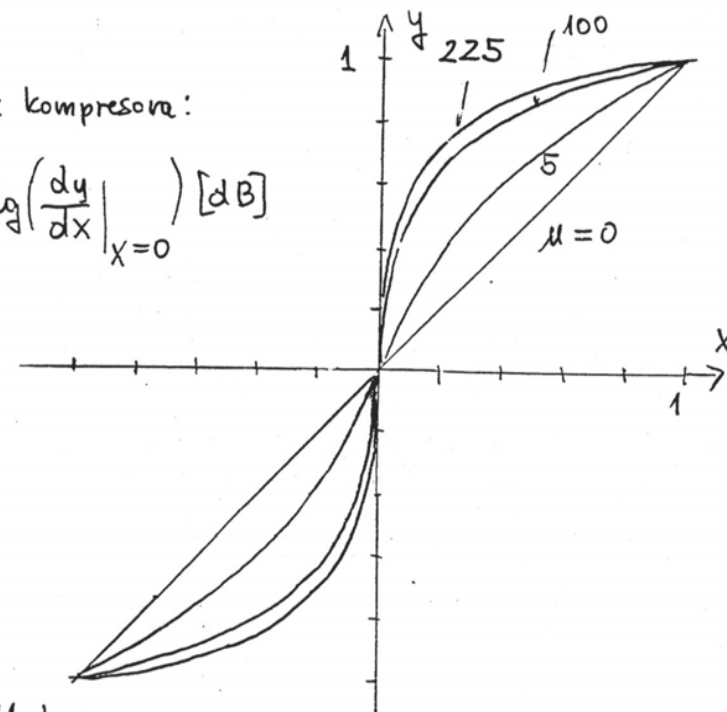


KOMPRESJA DYNAMIKI W SYSTEMACH PCM

KWANTOWANIE NIERÓWNOCIERNE

Zysk kompresora:

$$20 \lg \left(\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} \right) [\text{dB}]$$

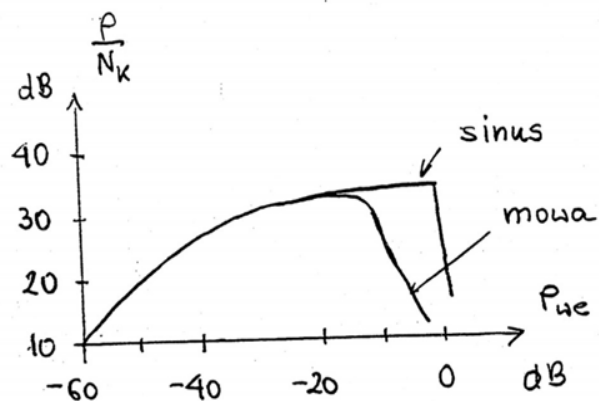


Krzywa μ !

$$y = \frac{\ln(1 + \mu|x|)}{\ln(1 + \mu)}, \quad |x| < 1$$

zalecane wartości μ : 100 ($n=7$) i 225 ($n=8$)

Przykład: $n=7$, $\mu=100$

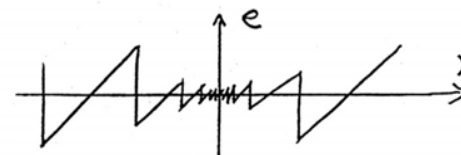
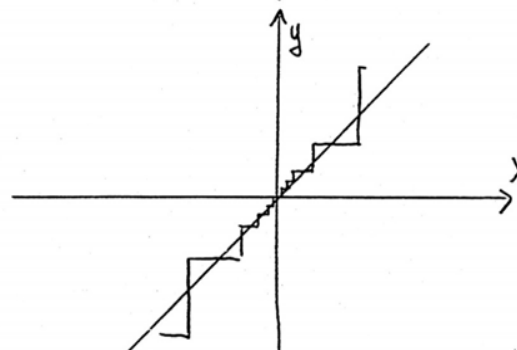
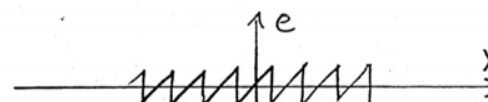
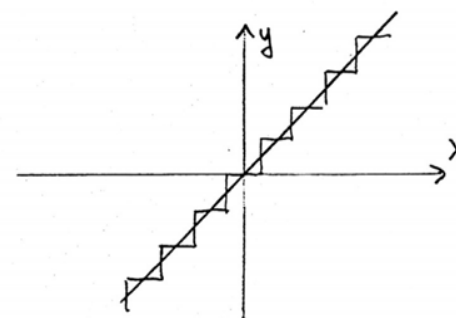
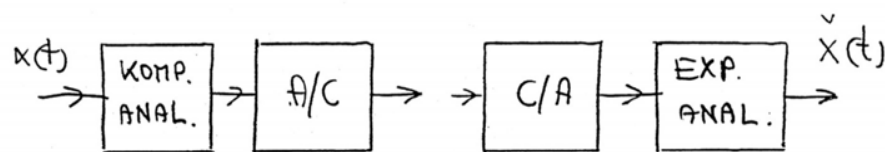


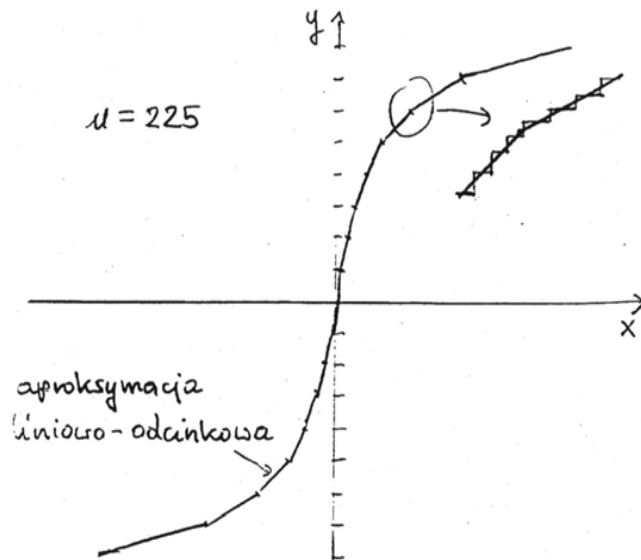
Krzywa A:

$$y = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) \frac{A |x|}{1 + \ln A} & , \quad |x| \leq \frac{1}{A} \\ \operatorname{sgn}(x) \frac{1 + \ln(A |x|)}{1 + \ln A} & , \quad \frac{1}{A} < |x| < 1 \end{cases}$$

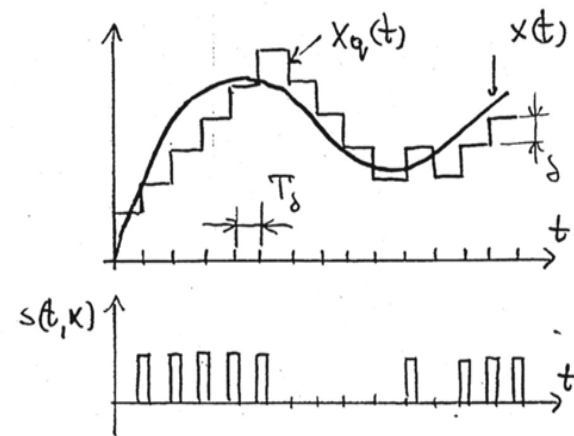
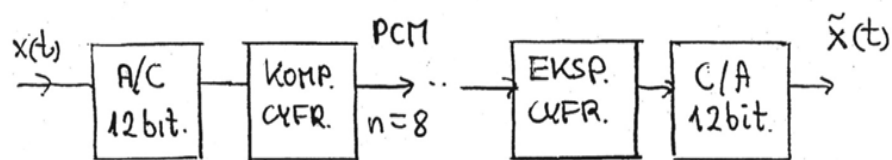
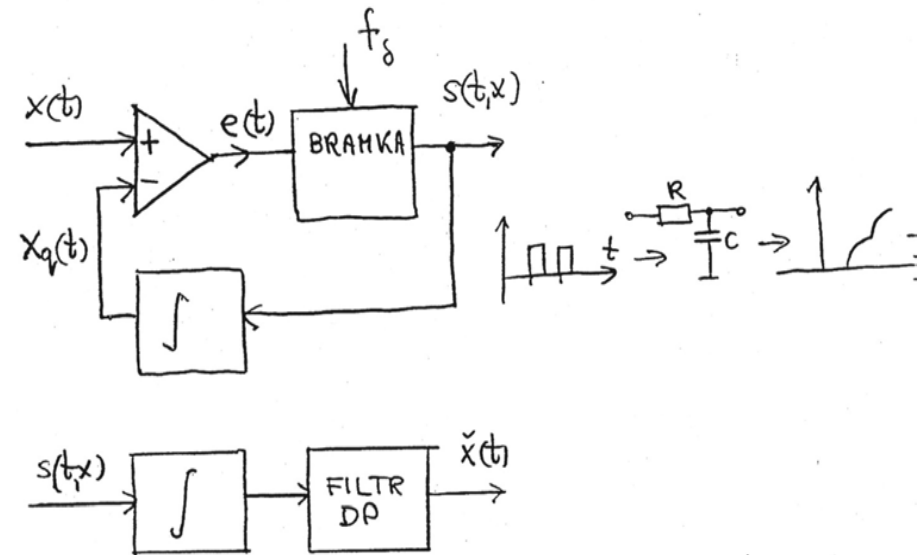
zalecana wartość A : 87,6 ($n=8$)

kwantyzacja sygnałów nieliniowa





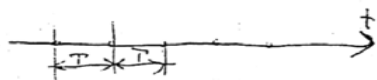
MODULACJA DELTA - DM



$$\overline{e^2} = \frac{\delta^3}{3} \frac{F_g}{f_s}$$

SZYBKÓŚĆ GENEROWANIA INFORMACJI PRZEZ ŹRÓDŁO CYFROWE

Wiele źródeł informacji spotykanych o praktyce generuje sygnały cyfrowe. Np. źródłem syg. cyfrowych jest nadajnik dalekopisu, urządzenie cyfrowe mikroprocesora. Najbardziej rozpowszechnione są źródła binarne, w których występuje dwa możliwe stany np. stan prądu i bezprądu. Współczesne źródła cyfrowe generują sygnały cyfrowe w regularnej skali czasowej.



Skala czasowa przy przesyłaniu syg. cyfrowych. Punkty charakterystyczne tej skali wyznaczają kolejne elementarne odciuki czasowe o długości T . Jakiś ułamek czasu jest tolerancją zegarem lokalnym. Do odbioru informacji cyfrowej jest niezbędne odtworzenie tolerancji po stronie odbiorczej.

Wnosząc trzecią jednostkę elementarną T źródło generuje sygnał zwany znakiem. Np. źródło dwufazowe dysponuje dwoma znakami: 0 lub 1, 2 lub B. W kodach transmisyjnych blok kilku znaków nazywa się słowem kodu.

Linia znaków generowanych w jednostce czasu wynosi:

$$R = \frac{1}{T} \left[\frac{\text{znaków}}{\text{sek}} \right]$$

W telegrafii szybkość R wyraża się w bodach. Zatem 1 bod odpowiada szybkości jednego znaku na sekundę (szybkość transmisji).

W kodzie informacji wysłanie znaku odpowiada przesyłaniu średnio ilości informacji równej:

$$H = \sum_{I=A}^L P(I) \log_2 \frac{1}{P(I)} \left[\frac{\text{bits}}{\text{znak}} \right]$$

Wielkość powyższa jest nazywana entropią źródła. Jednostką informacji jest jednostka dwufazowa, zwana bitem.

gdzie L jest liczbą możliwych znaków źródła. Zbiorem znaków $A, B, \dots, I, \dots, L$ odpowiada zbiór prawdopodobieństw $P(A), P(B), \dots, P(I), \dots, P(L)$

$$\sum_{I=A}^L P(I) = 1.$$

Dla źródła dwufazowego $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ i wówczas $H = 1$.

Szybkość generowania informacji przez źródło wyraża się wzorem:

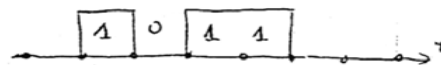
$$S = H \cdot R \left[\frac{\text{bits}}{\text{sek}} \right]$$

Dla źródła dwufazowego $S = R$ czyli linia bitów/sek jest równo linie bodów.

W każdym innym przypadku wartości te różnią się co do wartości. W literaturze spotyka się określenie szybkości przesyłu wyrażone w bitach/sek przy założeniu że $H = 1$. W tym przypadku trzeba pamiętać że stosowane pojęcie bit nie pokrywa się z definicją jednostki informacji a faktycznie pokrywa się z pojęciem bod.

Szybkość pasma modulacji PCM

Przesyłanie znaków może mieć miejsce za pomocą kodowania napięcia stałego. W przypadku uśrednianym kształt znaków jest prostokątny.



Znaki binarne prostokątne

Przekazywanie imp. prostokątnych jest możliwe jedynie przez kanał szelki-kierownicy. W praktyce można osiągnąć to tylko przez zastosowanie odpowiedniego filtra dolnokrotnościowego. Wpływa to jednak na zmniejszenie odporności systemu na wpływ szumów i zakłóceń oraz powoduje powstanie interferencji międzykanałowej (w jednostce czasowej danego znaku pojawia się napięcie od poprzedniego znaku).

Szybkość pasma podstawowego cyfrowego przy szybkości transmisji R bodów wyraża się wzorem:

$$B = \frac{R}{2} \cdot K$$

Wartość $\frac{R}{2}$ jest częstotliwością podstawową przebiegu periodycznego prostokątnego, fałd byłby generowany przy kolejnym nadawaniu na przemian zer i jedynek, linia K określa liczbę harmonicznych poruszających przebiegu. W systemie PCM stosuje się K bliskie jednemu i celu zoszczędzono prężna. Trzeba stworzyć kompromis między szerokością pasma (mala wartość K , trudniejszy odczytanie znaków) a odpornością na szumy (duża wartość K) w systemie PCM dysponujemy dużym P/N przed detekcją i wartość K można przyjąć małą.

W przypadku systemów cyfrowych niezależnych z podziałem czasowym TDM szerokość pasma wzrasta proporcjonalnie do liczby kanałów ponieważ jednostka elementarna T jest odwrotnie proporcjonalna do tej liczby.

$$B = \frac{n \cdot m}{2 \cdot T}$$

gdzie m - liczba kanałów, n - liczba impulsów w grupie kodowej

Przesyłanie sygnałów cyfrowych przez kanały telekomunikacyjne

4. przesyłanie sygnałów cyfrowych przez linie przewodowe

Warianty transmisji sygnałów cyfrowych są następujące:

a) sygnał nie powinien zawierać składowej stałej (składowo stała uniemożliwia stosowanie transformatorów w kanale), zero się bezproblemowo eliminacji składowej stałej poprzez minimalizację sumy cyfrowej dla sygnałów w dowolnie wybranym czasie.

b) kod powinien przenosić informacje o sygnale telekomunikacyjnym potrzebnym do synchronizacji czasowej regeneratorów

c) struktura kodu powinna pozwolić na wykrycie błędów w sygnale

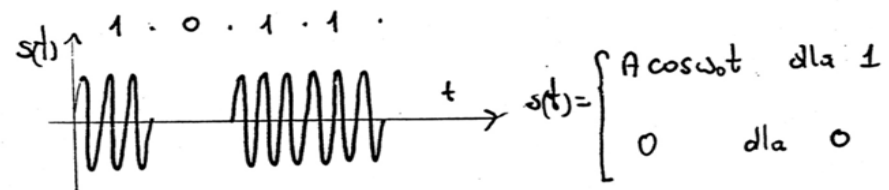
bez znajomości informacji przesyłanej

d) kod powinien być łatwo przetwarzany z kodu binarnego i na kod binarny

PRZESYŁANIE SYGNAŁÓW CYFROWYCH PRZEZ KANAŁY ŚRODKOWO-PRZEPUSTOWE

1) KLUCZOWANIE AMPLITUDY (OOK - ON-OFF KEYING)
KLUCZOWANIE BINARNE:

a) Sygnał zmodulowany

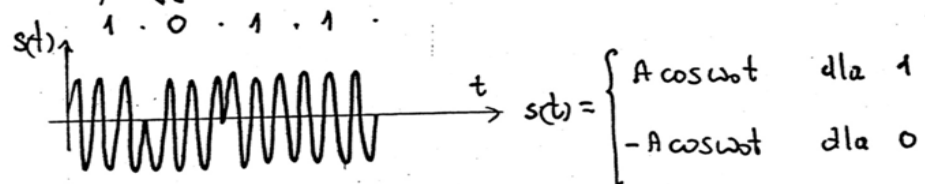


b) Szerokość pasma

$$B = R$$

2) KLUCZOWANIE FAZY (PSK - PHASE SHIFT KEYING)
KLUCZOWANIE BINARNE:

a) Sygnał zmodulowany



b) Szerokość pasma

$$B = R$$

3) KLUCZOWANIE CZĘSTOTLIWOŚCI (FSK - FREQUENCY SHIFT KEYING)

KLUCZOWANIE BINARNE:

a) Sygnał zmodulowany:

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_0 + 2\pi\Delta f)t \\ A \cos(\omega_0 - 2\pi\Delta f)t \end{cases}, \Delta f - \text{przesuw częstot.}$$

b) Szerokość pasma

$$B = 2\left(\Delta f + \frac{R}{2}\right)$$

MODULACJA DWUSTANOWA PSK (2 PSK)

Binarne kluczowanie fazy sygnału w.c.

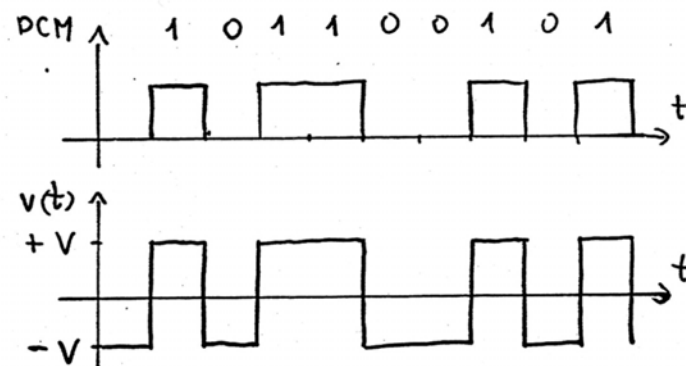
$$\varphi = \begin{cases} 0 & \text{dla wiadomości 1} \\ \pi & \text{dla wiadomości 0} \end{cases}$$

Sygnał modulujący:

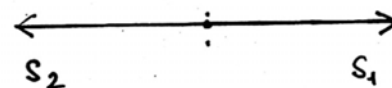
$$v(t) = \begin{cases} +V & \text{dla wiadomości 1} \\ -V & \text{dla wiadomości 0} \end{cases}$$

sygnał zmodulowany:

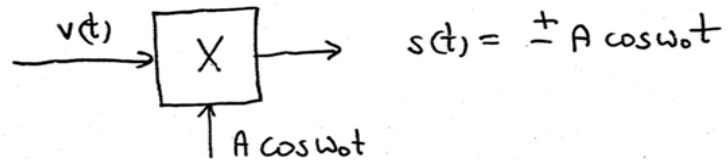
$$s(t) = \begin{cases} A \cos \omega_0 t = s_1(t), & \text{dla wiadom. 1} \\ -A \cos \omega_0 t = s_2(t), & \text{dla " 0} \end{cases} = \frac{v(t)}{V} A \cos \omega_0 t$$



Wykres wskazowy dla 2 PSK (w płaszczyźnie A, ϕ)

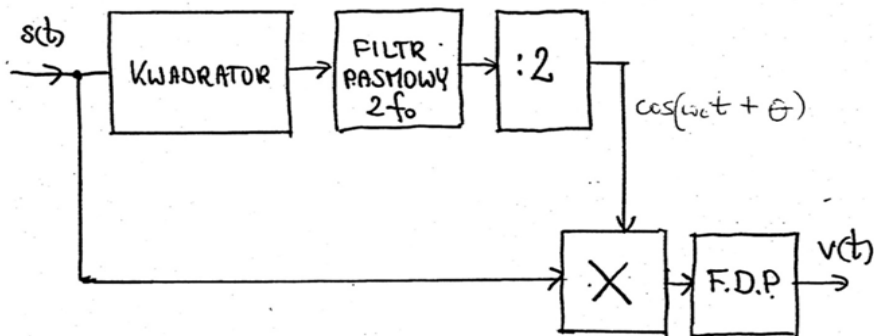


Modulator 2 PSK (Modulator zrównoważony AM/DSB/SC)



Demodulator 2 PSK

$$s(t) = \pm A \cos(\omega_0 t + \theta) = \frac{v(t)}{V} A \cos(\omega_0 t + \theta)$$



$$s^2(t) = A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} \cos(2\omega_0 t + 2\theta)$$

$$s(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta) = \frac{v(t)}{V} A \cos^2(\omega_0 t + \theta) = \frac{1}{2} \frac{v(t)}{V} A + \frac{1}{2} \frac{v(t)}{V} A \cos(2\omega_0 t + \theta)$$

MODULACJA DWUSTANOWA DPSK (DIFFERENTIAL PSK)

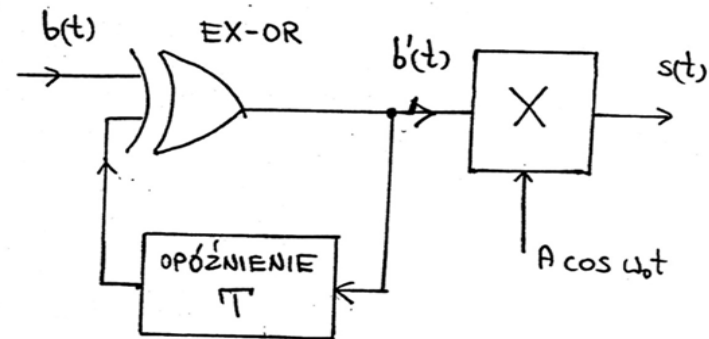
BINARNE RÓŻNICOWE KLUCZOWANIE FAZY:

Ciąg binarny niosący informację $b(t)$ 1 0 1 1 0 1 0 0 1

Faza sygnału w.c.z. 0 0 π π π 0 0 π 0 0

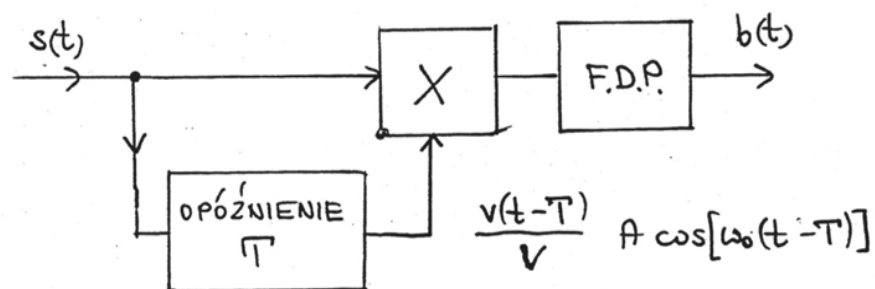
Ciąg binarny różnicowy $b'(t)$ 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1
 bit odniesienia

Modulator DPSK



Demodulator DPSK

detekcja korelacyjna:



sygnał odbierany:

$$s(t) = \frac{v(t)}{V} A \cos \omega_0 t$$

po układzie mnożącym:

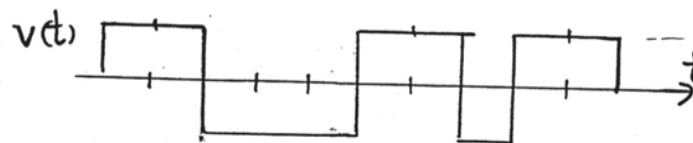
$$\begin{aligned} & \frac{v(t-T)}{V} A \cos[\omega_0(t-T)] A \cos \omega_0 t \cdot \frac{v(t)}{V} = \\ & = \frac{v(t)v(t-T)A^2}{2V^2} \left[\cos \omega_0 T + \cos 2\omega_0 \left(t - \frac{T}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

Po filtrze D.P.:

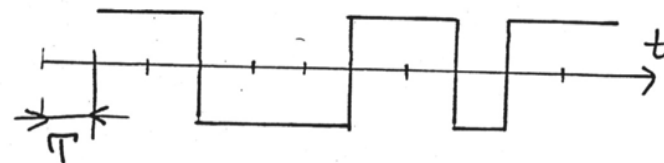
$$b(t) = v(t)v(t-T) \frac{A^2}{2V^2} \cos \omega_0 T = v(t)v(t-T) \cdot \text{const}$$

$$T = \frac{n\pi}{\omega_0} \quad \text{więc} \quad \cos \omega_0 T = \pm 1$$

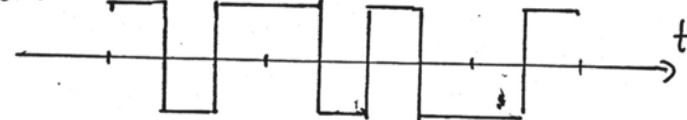
$$b'(t) \quad 1 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 1$$



$v(t-T)$



$v(t)v(t-T)$



$$b(t) \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1$$

MODULACJA CZTEROSTANOWA PSK (4 PSK, QAM)

ciąg binarny niosący 0 1 0 0 1 1 1 0
informację $b(t)$

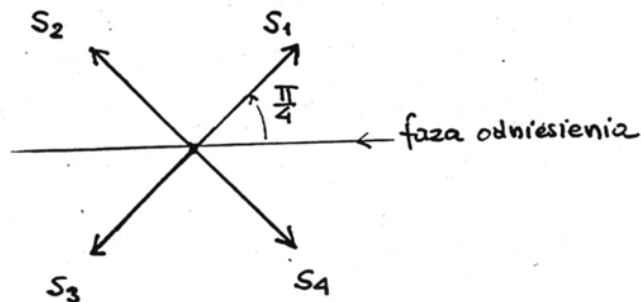
ciąg duobitów $b'(t)$ 0 1 0 0 1 1 1 0

faza sygnału w.c.z. $\underbrace{\frac{3\pi}{4}}_{S_4} + \underbrace{\frac{\pi}{4}}_{S_1} - \underbrace{\frac{3}{4}\pi}_{S_3} - \underbrace{\frac{1}{4}\pi}_{S_2}$

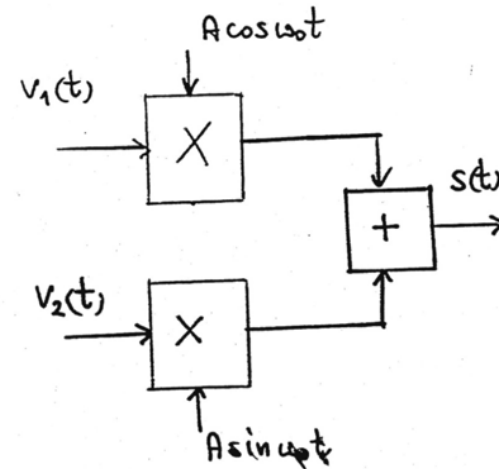
sygnał 2 modulowany:

$$s_i(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta_i) = \underbrace{A \cos \theta_i}_{v_1(t)} \cos \omega_0 t - \underbrace{A \sin \theta_i}_{v_2(t)} \sin \omega_0 t$$

Wykres wskazowy:

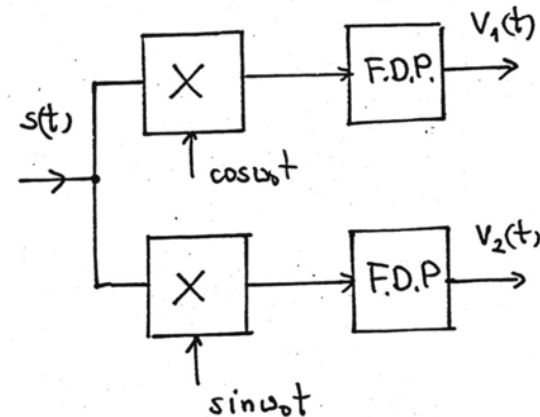


Modulator 4 PSK



V_1	V_2	θ_i	duobit
1	-1	$\frac{\pi}{4}$	00
1	1	$\frac{3\pi}{4}$	01
-1	-1	$\frac{5\pi}{4}$	10
-1	1	$\frac{7\pi}{4}$	11

Demodulator 4 PSK



Szerokość pasma dla 4 PSK: $B = \frac{R}{2}$

dla MFSK : $B = \frac{R}{L}$, $M = 2^L$, $L = 2, 3, 4, \dots$

Kluczowanie częstotliwości (FSK - frequency shift keying)

Przy binarnym kluczowaniu częstotliwości są nadawane sygnały

$$s(t) = A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t \text{ dla wiadomości 1}$$

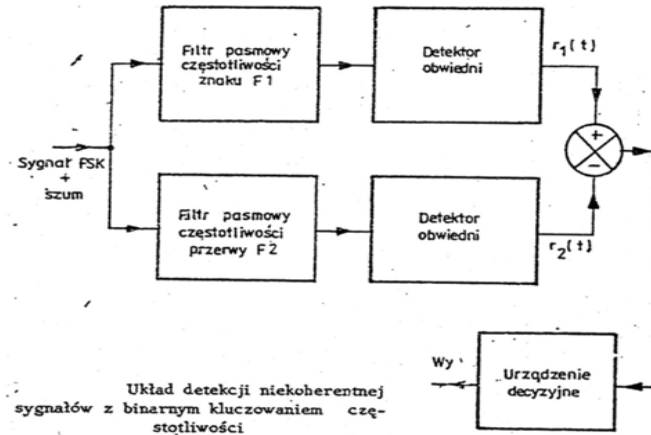
$$s(t) = A \cos(\omega_0 - \Delta\omega)t \text{ dla wiadomości 0}$$

$$\text{Szerokość pasma } B = 2\left(\Delta f + \frac{R}{2}\right)$$

Metody detekcji

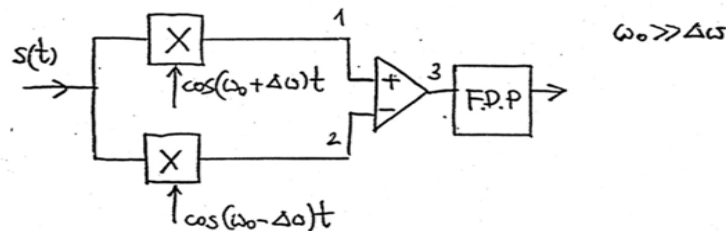
a) detekcja częstotliwościowa na podstawie wartości uśrednionej częstotliwości w jednostce elementarnej T,

b) detekcja niekoherentną dwufiltrowa przy której zastosowane są dwa filtry pasmowe oraz dwa detektory amplitudy według schematu z rys. Decyzje podejmowane są na podstawie znaku sygnału różnicowego z obu detektorów,



c) detekcja synchroniczna według schematu

Schemat blokowy demodulatora synchronicznego FSK



$$\text{Dla } s(t) = A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t$$

$$\text{na wyjściu 1: } A \cos^2(\omega_0 + \Delta\omega)t = \frac{A}{2} [1 + \cos 2(\omega_0 + \Delta\omega)t]$$

$$\text{na wyjściu 2: } A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t \cos(\omega_0 - \Delta\omega)t = \frac{A}{2} [\cos 2\omega_0 t + \cos 2\Delta\omega t]$$

$$\text{na wyjściu 3: } \frac{A}{2} - \frac{A}{2} [\cos 2\Delta\omega t + \cos 2\omega_0 t - \cos 2(\omega_0 + \Delta\omega)t]$$

$$\text{Dla } s(t) = A \cos(\omega_0 - \Delta\omega)t$$

$$\text{na wyjściu 3: } -\frac{A}{2} + \frac{A}{2} [\cos 2\Delta\omega t + \cos 2\omega_0 t - \cos 2(\omega_0 - \Delta\omega)t]$$

Widmo mocy sygnału FSK.

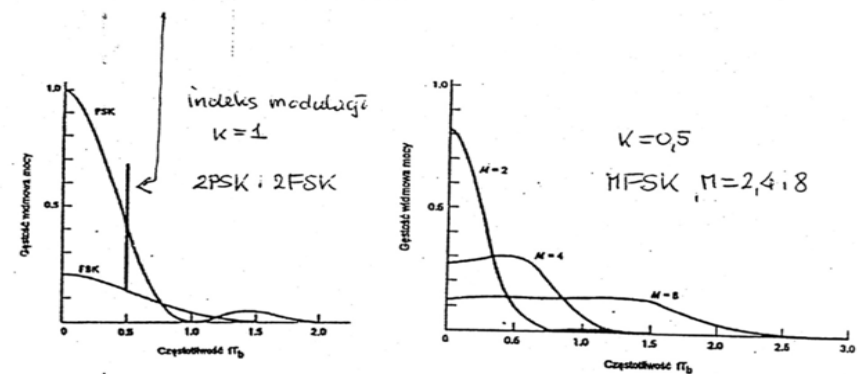
Modulacja sygnałem binarnym losowym

Zakładamy, że sygnał modylujący $x(t)$ jest stacjonarny, prawdopodobieństwa występowania znaków 1 i 0 są jednakowe oraz że nadawane znaki są statystycznie niezależne. Wartość średnia sygnału $\bar{x} = 0$, a funkcja autokorelacji $R_{xx}(\tau) = \Lambda_{T_b}(\tau)$, gdzie T_b jest długością taktu zegarowego.

W przypadku modulacji 2FSK będzie rozważona szczególna jej odmiana dla której różnica nadawanych częstotliwości $f_1 - f_2 = 1/T_b$, oraz ich średnia arytmetyczna jest równa wartości nominalnej częstotliwości nośnej f_0 . Taki sygnał 2FSK można zapisać w postaci:

$$s(t) = A_0 \cos\left(2\pi f_0 t \pm \frac{\pi t}{T_b}\right), \quad 0 \leq t \leq T_b.$$

Widmo zawiera dwa prążki (w postaci dwóch delt Diraca) położone przy częstotliwościach $f_0 \pm 1/2 T_b$ oraz $f_0 - 1/2 T_b$. Obecność tych dwóch dyskretnych składowych w widmie umożliwia koherentną detekcję sygnału w odbiorniku.



Widmo mocy sygnałów PSK i FSK