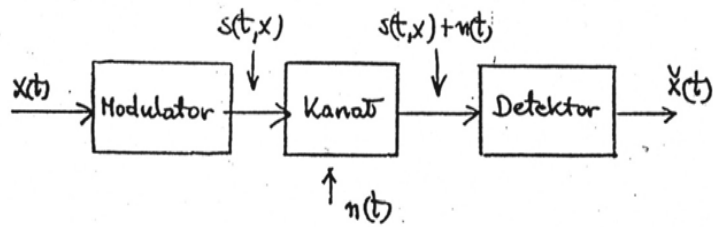


dr inż. Karol Radecki

CHARAKTERYSTYKI SZUMOWE MODULACJI

*materiały do wykładu
Teoria Sygnałów i Modulacji*

ODDZIAŁYWANIE SZUMÓW NA SYGNAŁY ZMODULOWANE



Ocena jakości przekazu informacji w systemach

$\left(\frac{P}{N}\right)_{we}$ stosunek mocy syg. do mocy szumu na wejściu dla syg. w paśmie wzr lub wzyjnym jest to wejście detektora dla syg z mod. kodową jest to wejście urządzenia dekodującego

$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy}$ stosunek mocy syg. do mocy szumu na wyjściu detektora a w sys. cyfrowych na wyjściu przetwornika C/A

Przepustowość informacyjna w/g wzoru Shannona

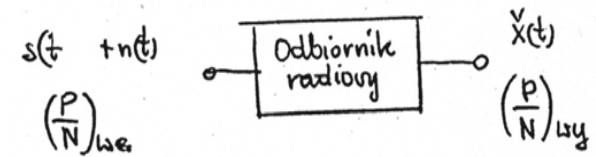
$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{N} \right) \left[\frac{\text{bitów}}{s} \right]$$

W - szerokość pasma

P - moc syg. zmodulowanego lub zakodowanego

N - moc szumu zakłócającego porządkowy sygnał.

Porównajmy przepustowość na we i wy odbiornika



B - szer. pasma syg. zmodul.

W - szer. pasma syg. modulującego

$$B \log_2 \left[1 + \left(\frac{P}{N} \right)_{we} \right] = W \log_2 \left[1 + \left(\frac{P}{N} \right)_{wy} \right]$$

$$\text{dla } \left(\frac{P}{N} \right)_{we} > 10 \quad \left(\frac{P}{N} \right)_{wy} = \left(\frac{P}{N} \right)_{we}^{B/W}$$

$$K = \frac{B}{W}$$

Charakterystyki szumowe modulacji

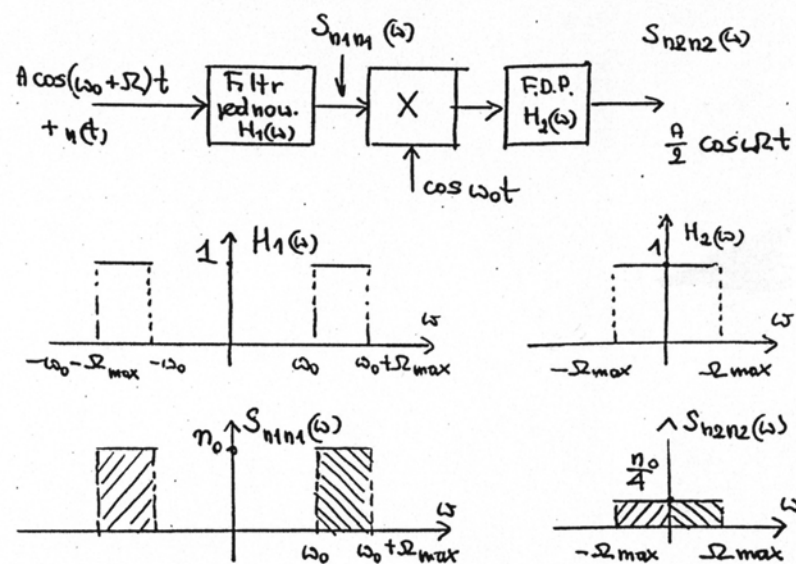
$$\left(\frac{P}{N} \right)_{wy} = f \left(\frac{P}{N} \right)_{we}$$

char. szumowa odniesiona

$$\left(\frac{P}{N} \right)_{wy} = f \left(\frac{P}{N_0} \right)_{we}$$

$$(N_0)_{we} = \frac{N_{we}}{K}, \quad K = \frac{B}{W}$$

Charakterystyka szumowa modul. AM jednostronnej AM/SSB/SC



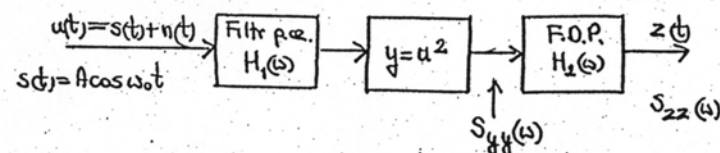
$$P_{we} = \frac{A^2}{2}, \quad P_{wy} = \frac{A^2}{8}$$

$$N_{we} = E_n^2 = R_{nn}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{nn}(\omega) d\omega = \frac{n_0 \Omega_{max}}{\pi} = 2n_0 F_{max}$$

$$N_{wy} = \frac{1}{4} N_{we} = \frac{n_0 F_{max}}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{P}{N}\right)_{we} &= \frac{A^2}{4n_0 F_{max}} \\ \left(\frac{P}{N}\right)_{wy} &= \frac{A^2}{4n_0 F_{max}} \end{aligned} \right\} \left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = \left(\frac{P}{N}\right)_{we} = \left(\frac{P}{N_0}\right)_{we}, \quad k=1$$

Charakterystyka szumowa modulacji AM dwustronnej z fałszywą detekcją kwadratową



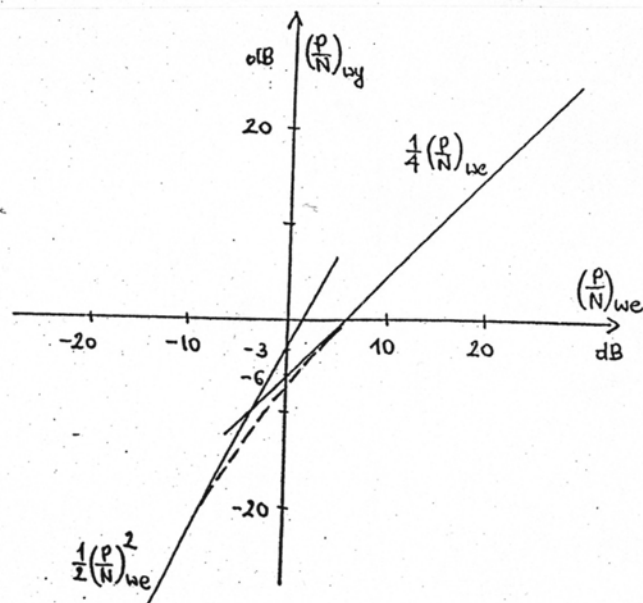
$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = \frac{\frac{A^2}{4}}{2A^2 N_{we} + 1,75 N_{we}^2} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{P}{N}\right)_{we}^2}{\left[0,875 + 2\left(\frac{P}{N}\right)_{we}\right]}$$

$$\text{dla } \left(\frac{P}{N}\right)_{we} \gg 1$$

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = \frac{1}{4} \left(\frac{P}{N}\right)_{we}$$

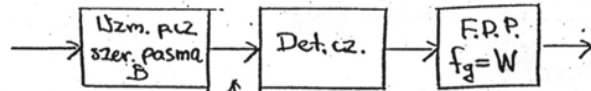
$$\text{dla } \left(\frac{P}{N}\right)_{we} \ll 1$$

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{P}{N}\right)_{we}^2$$

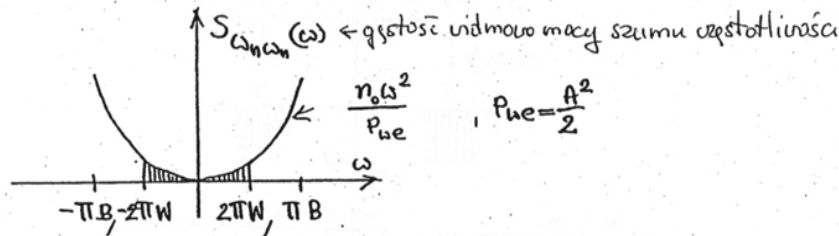
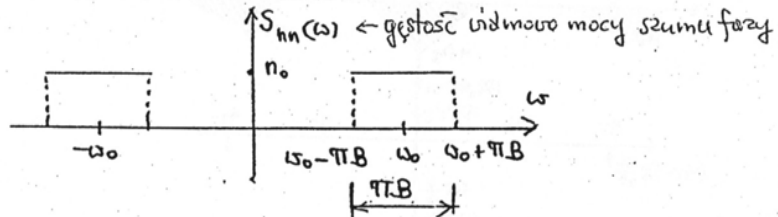


Charakterystyki szumów modulacji FM

Zet: $(P/N)_{we}$ detektora jest duży



$$u(t) = A \cos \omega_0 t + n(t)$$



$$P_{ue} = \frac{A^2}{2}, \quad N_{we} = 2n_0B, \quad P_{wy} = \frac{U_{wy}^2}{2} = \frac{(k_f \Delta \omega)^2}{2} = 2\pi^2 \Delta f^2$$

k_f - nach. chłtyki det częstotliwości
 Δf - deiacja częst.

$$N_{wy} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\omega n \omega n}(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} \frac{n_0 \omega^2}{P_{ue}} d\omega = \frac{16n_0 \pi^2 W^3}{6 P_{ue}} = \frac{16n \pi^2 W^3}{3 A^2}$$

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{we} = \frac{A^2}{4n_0B}$$

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = \frac{3}{2} \frac{4\pi^2 \Delta f^2}{16n_0 \pi^2 W^3} = \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta f}{W}\right)^2 \left(\frac{B}{W}\right) \left(\frac{P}{N}\right)_{we}$$

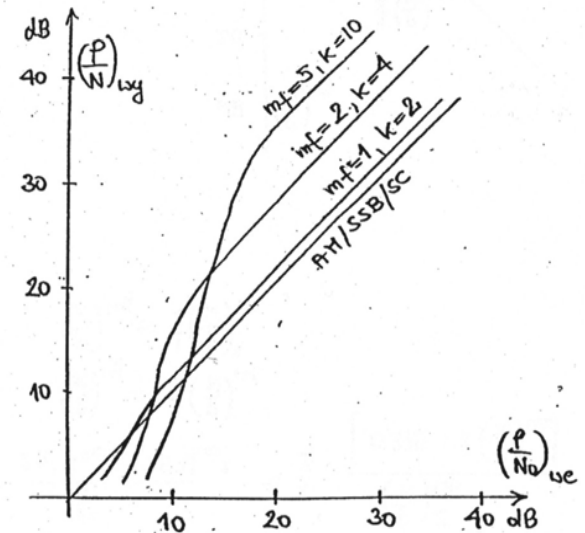
$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = \frac{3}{2} m_f^2 2(m_f + 1) \left(\frac{P}{N}\right)_{we}$$

$$m_f = \frac{\Delta f}{f}, \quad \frac{B}{W} = k = 2(m_f + 1)$$

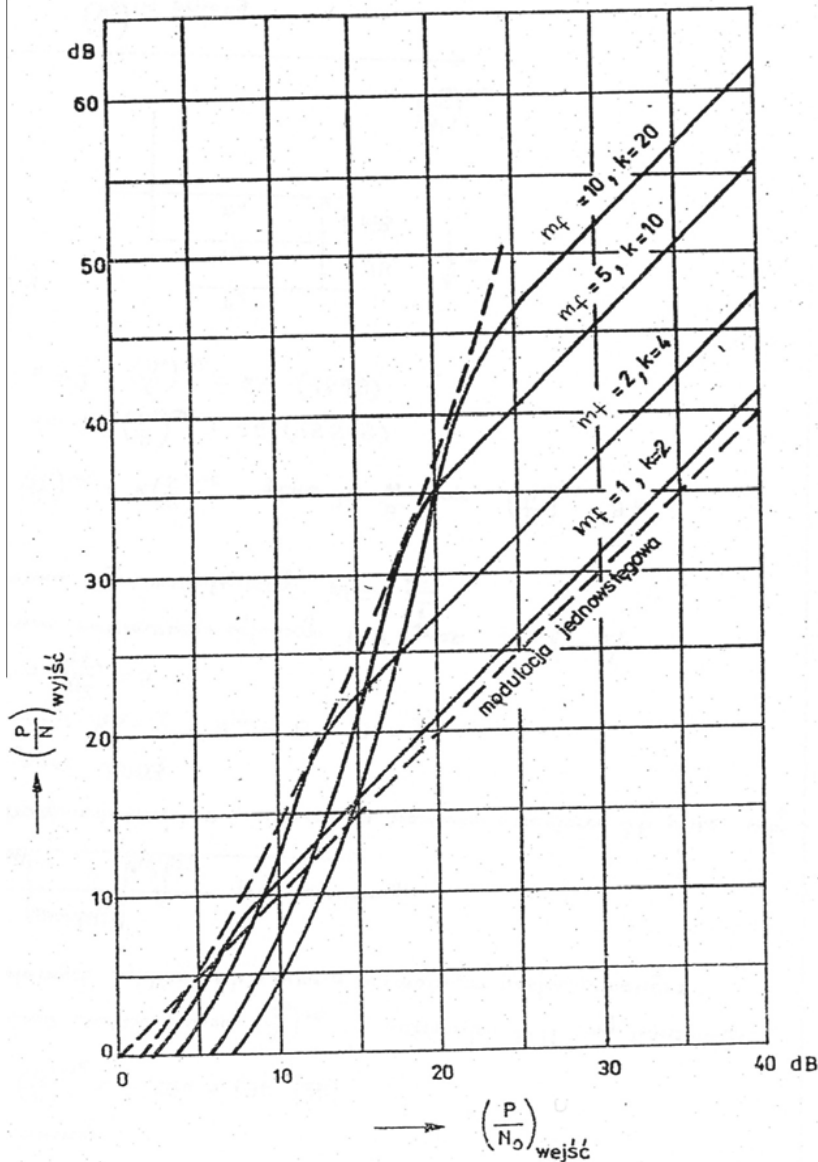
ponieważ $N_{we} = kN_0$ to chłtyka szumów odniesione mod. FM w zakresie nadprogowym:

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = \frac{3}{2} m_f^2 \left(\frac{P}{N_0}\right)_{we}$$

$\frac{3}{2} m_f^2$ - zysk modulacyjny (szerokopasmowy) modulacji FM



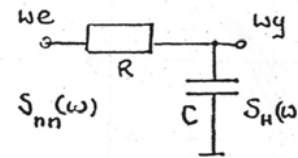
Charakterystyki szumów odniesione modulacji FM.



Charakterystyki szumowe odniesione modulacji FM. Parametr - indeks modulacji m_f

Zmniejszenie mocy szumów w wyniku zastosowania deemfazy

W ODBIORNIKU FM NA WYJŚCIU DETEKTORA STOSUJE SIĘ FILTR DEEMFAZY



$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}} \quad \omega_1 = 1/RC$$

Graph of $H(\omega)$ in dB vs $\log \omega$ showing a corner frequency at $\omega_1 = 2\pi f_1$ with a slope of -6 dB/oktawę.

$$S_{nn}(\omega) = \frac{n_0 \omega^2}{P_{se}}, \quad S_H(\omega) = S_{nn}(\omega) |H(\omega)|^2 = \frac{n_0 \omega^2}{P_{se} [1 + (\frac{\omega}{\omega_1})^2]}$$

$$\begin{aligned} N_{wy} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} S_H(\omega) d\omega = \frac{n_0}{2\pi P_{se}} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} \frac{\omega^2 d\omega}{1 + (\frac{\omega}{\omega_1})^2} = \frac{n_0 \omega_1^2}{2\pi P_{se}} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} \frac{\omega^2 d\omega}{\omega_1^2 + \omega^2} \\ &= \frac{n_0 \omega_1^2}{2\pi P_{se}} \left[\omega - \omega_1 \arctg \frac{\omega}{\omega_1} \right]_{-2\pi W}^{2\pi W} = \frac{n_0 \omega_1^2}{2\pi P_{se}} \left[4\pi W - 2\omega_1 \arctg \frac{2\pi W}{\omega_1} \right] \\ &= \frac{n_0 \omega_1^3}{\pi P_{se}} \left(\frac{W}{f_1} - \arctg \frac{W}{f_1} \right) \end{aligned}$$

bez deemfazy

$$N_{wy} = \frac{16 n_0 \pi^2 W}{6 P_{se}}$$

Współczynnik poprawy

$$D = \frac{N_{wy \text{ z deem.}}}{N_{wy}} = \frac{6 n_0 \omega_1^3}{16 n_0 \pi^2 W^3 \pi} \left(\frac{W}{f_1} - \arctg \frac{W}{f_1} \right) = 3 \left(\frac{f_1}{W} \right)^3 \left(\frac{W}{f_1} - \arctg \frac{W}{f_1} \right)$$

Dla radiofonii FM: ($W = 15 \text{ kHz}$)

$$CCIR \quad RC = 75 \mu s \quad f_1 = 2.1 \text{ kHz} \quad D = -13 \text{ dB}$$

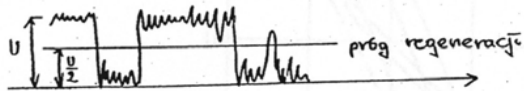
Charakterystyki szumowe modulacji PCM

zad. detekcja nadprogu

szumy umiarkujące z przekłamaniami pomijalne
system binarny

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{wy} = 6,02n + 1,76 \text{ [dB]}$$

Zadanie. Obliczyć wartości progowe $\left(\frac{P}{N_0}\right)_{we}$ w odbiorniku PCM przy transmisji impulsów unipolarnych zakłóconych szumem normalnym i wąskopasmowym



Reguła 35: Prawdopodobieństwo przekroczenia poziomu o wartości 3σ przez próg normalny wynosi 0.003

Zat.: $P_{we} = \frac{U^2}{4}$, $N_{we} = \sigma^2$, $3\sigma = \frac{U}{2}$

$$\left(\frac{P}{N}\right)_{we} = \frac{U^2}{4\sigma^2} = 9$$

Szerokość pasma podstawowego cyfrowego PCM wynosi $B = \frac{R}{2} = \frac{1}{2T}$

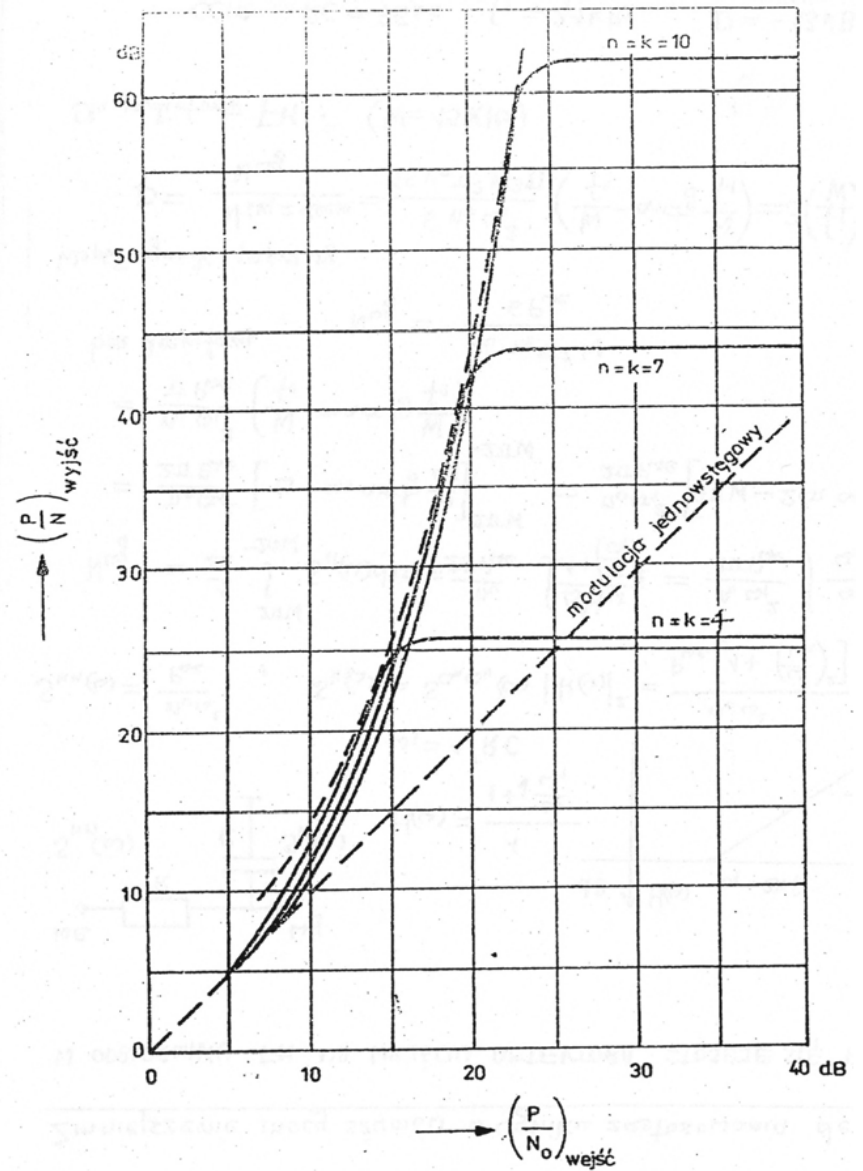
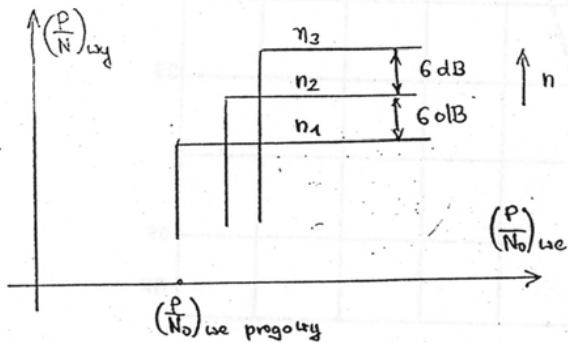
Szerokość pasma syg. modulującego $W = \frac{1}{2T_p}$

$$\frac{B}{W} = n$$

$$\left(\frac{P}{N_0}\right)_{we} = k \left(\frac{P}{N}\right)_{we} \quad \text{gdzie } k = \frac{B}{W} \quad \text{wzr. } \left(\frac{P}{N_0}\right)_{we} = 9n$$

$$n = 4 \quad \left(\frac{P}{N_0}\right)_{we} = 36 \text{ (15,5 dB)}$$

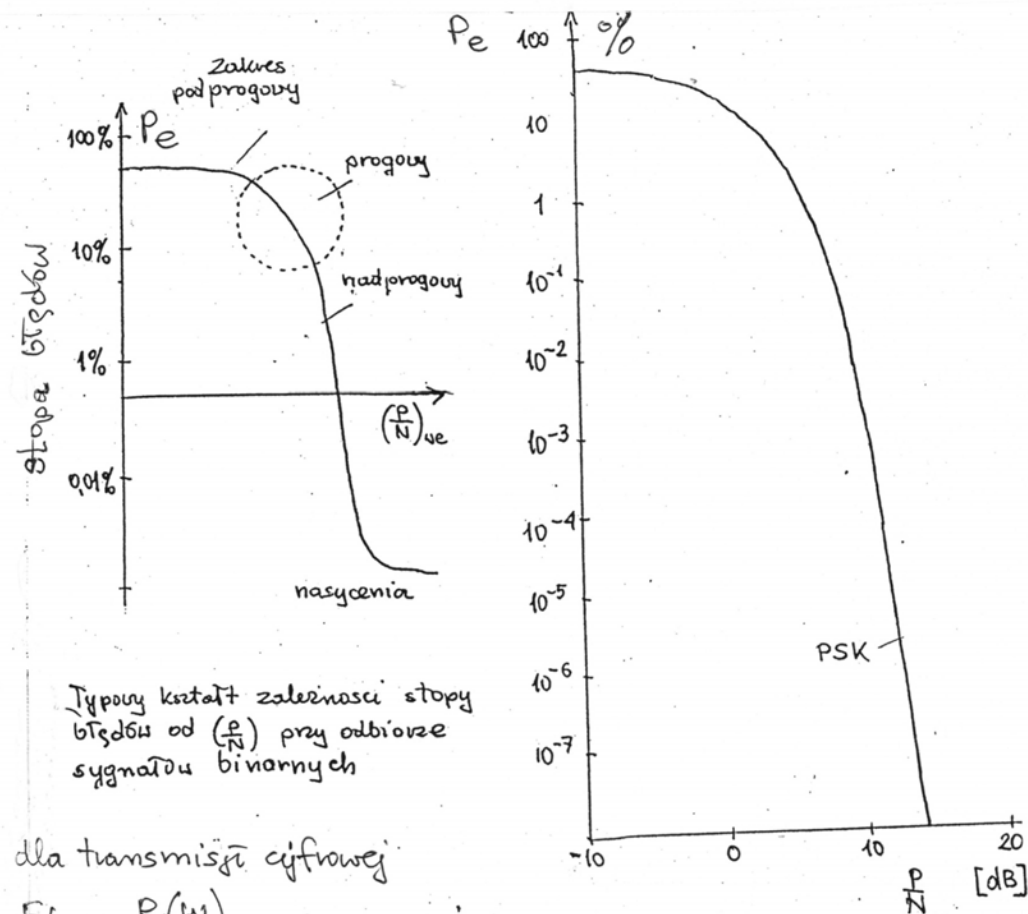
$$n = 7 \quad \left(\frac{P}{N_0}\right)_{we} = 63 \text{ (18 dB)}$$



Charakterystyki odniesione szumowe PCM. Transmisja impulsów unipolarnych

CHARAKTERYSTYKI SZUMOWE MODULACJI CYFROWYCH

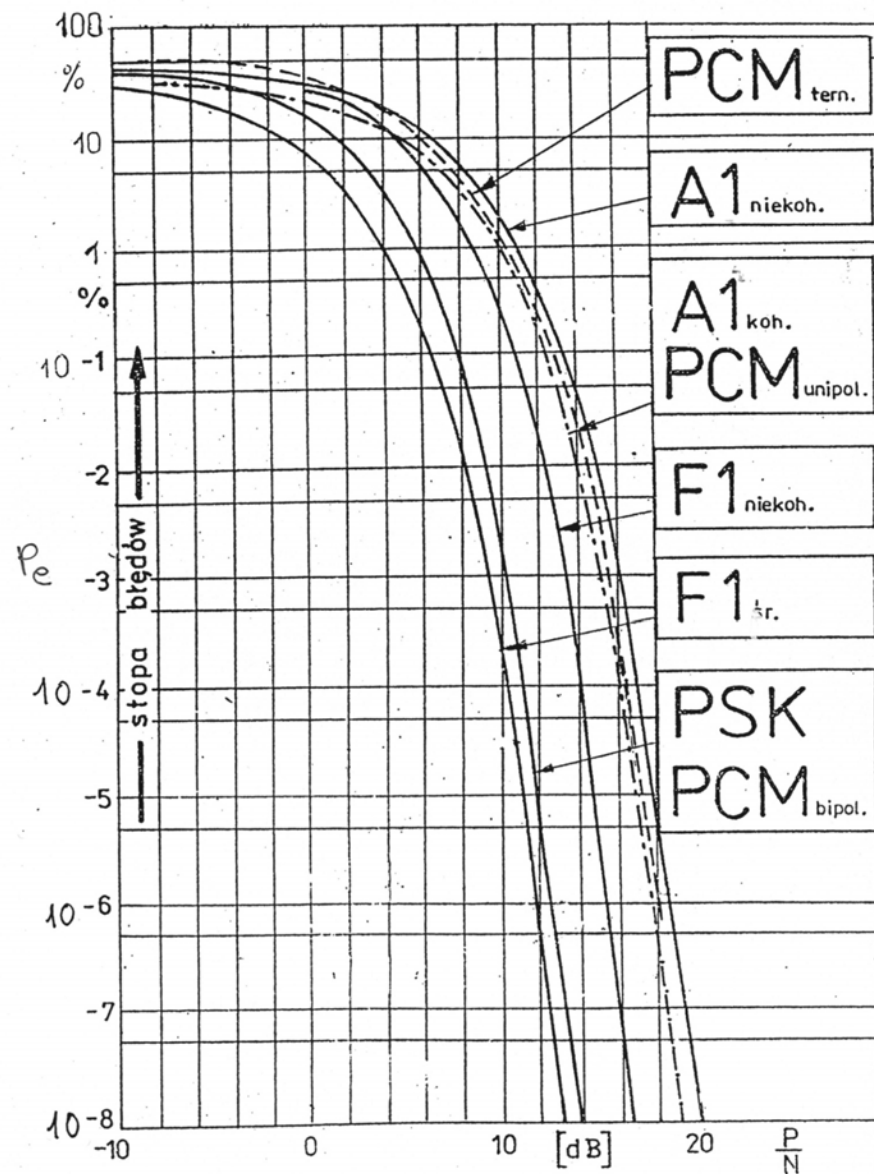
Charakterystyka szumowa modulacji cyfrowej jest to zależność P_e stopy błędów od stosunku mocy sygnału do mocy szumu P/N_{szum} (lub stosunku energii odebranego sygnału do gęstości widmowej mocy szumu E_b/N_0) na wejściu układu docelowego

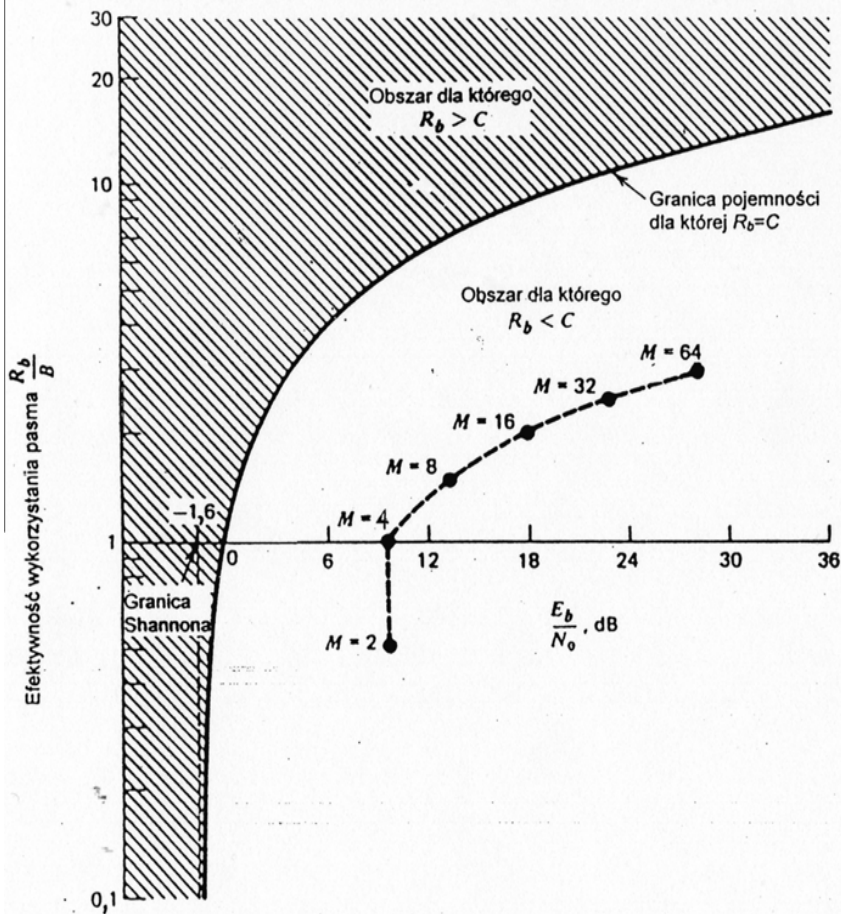


dla transmisji cyfrowej

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P}{N} \left(\frac{W}{R} \right) \quad \text{gdzie } W \text{ jest szerokość pasma}$$

R jest szybkością transmisji





Wykres efektywności wykorzystania szerokości pasma
Porównanie systemu M-PSK przy $P_e = 10^{-5}$

Efektywność wykorzystanie pasma

Załozimy system idealny dla którego szybkość bitowa transmisyj
dany jest $R = C$

Średnią moc sygnału P na wejściu detektora odbiornika
wynosi

$$P = E_b \cdot C$$

gdzie E_b jest średnią energią nadawanego sygnału na bit

Moc średnie szumu na wejściu detektora odbiornika
wynosi

$$N = N_0 \cdot B$$

gdzie B jest szerokością pasma sygnału nadawanego

N_0 jest gęstością widmowej mocy szumu na wejściu detektora

Wówczas wzór Shannona przyjmie postać:

$$\frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \frac{C}{B} \right)$$

gdzie $\frac{C}{B}$ jest efektywnością wykorzystania pasma [bit/s/Hz]
systemu idealnego

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{C/B} - 1}{C/B}$$

W praktyce w stosunku do systemu z modulacją cyfrową analizuje
się na wykresie efektywności wykorzystania pasma $\frac{R}{B}$

w funkcji $\frac{E_b}{N_0}$