

MODULACJE ANALOGOWE

1. Wstęp

Do przesyłania sygnału drogą radiową stosuje się modulację. Modulacja polega na odzwierciedleniu przebiegu sygnału oryginalnego przez zmianę jednego z parametrów fali nośnej. Przyczyny stosowania modulacji:

1. Umożliwienie wydajnego wypromieniowania sygnału do ośrodka rozchodzenia się fal.
2. Zmniejszenie względnej szerokości pasma.

Względną szerokość pasma możemy wyrazić wzorem:

$$\frac{\Delta f}{f_{sr}} = 2 \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (1.1)$$

gdzie: $\Delta f = f_2 - f_1$ - bezwzględna szerokość pasma,
 $f_{sr} = (f_2 + f_1)/2$ - częstotliwość środkowa.

3. Uodpornienie sygnału na wpływ szumów i zakłóceń.
4. Umożliwienie wielokrotnego wykorzystania kanału częstotliwościowego.
5. Umożliwienie filtracji częstotliwościowej.

Wyróżniamy następujące systemy modulacji:

- wąskopasmowe,
- szerokopasmowe.

Z modulacją wąskopasmową mamy do czynienia w przypadku, gdy szerokość widma sygnału zmodulowanego jest równa lub niewiele większa od szerokości widma sygnału oryginalnego.

Z modulacją szerokopasmową mamy do czynienia w przypadku, gdy szerokość widma sygnału zmodulowanego jest wielokrotnie większa od szerokości widma sygnału oryginalnego.

2. Modulacja amplitudy

Falę sinusoidalną możemy zapisać w postaci:

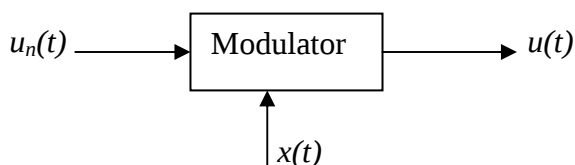
$$u(t) = A \cos(\Omega t + \Phi) \quad (2.1)$$

gdzie: A – amplituda fali nośnej,

Ω - pulsacja ($2\pi F$),

Φ - faza.

Proces modulacji jest realizowany w urządzeniu zwanym modulatorem. Na rys. 2.1 przedstawiono schemat blokowy procesu modulacji.



Rys. 2.1. Schemat blokowy procesu modulacji

$u_n(t)$ – fala nośna,

$x(t)$ – sygnał modulujący,

$u(t)$ – fala zmodulowana.

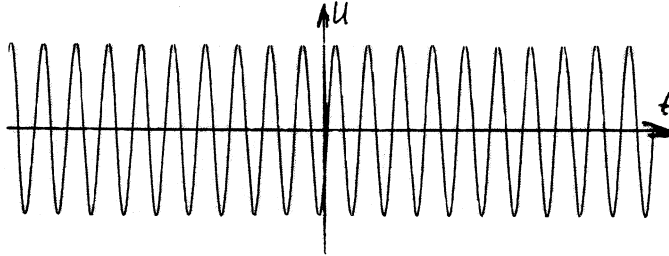
W procesie modulacji amplitudy przebieg sygnału oryginalnego odzwierciedla przebieg amplitudy fali nośnej sygnału modulowanego. Falę nośną sinusoidalną możemy opisać następującym wzorem:

$$u_n(t) = A_o \cos(\Omega_o t + \Phi_o) \quad (2.2)$$

Falę nośną sinusoidalną możemy również opisać wzorem Eulera:

$$u(t) = \frac{1}{2} A_o [e^{j(\Omega_o t + \Phi_o)} + e^{-j(\Omega_o t + \Phi_o)}] \quad (2.3)$$

Przebieg czasowy fali nośnej przedstawiono na rys. 5.2.



Rys. 2.2. Przebieg czasowy sinusoidalnej fali nośnej

Zmodulowaną falę nośną opisuje się wzorem:

$$u(t) = A(t) \cos(\Omega_o t + \Phi_o) \quad (2.4)$$

Dla liniowej modulacji amplitudy, amplituda chwilowa wyraża się wzorem:

$$A(t) = A_o [1 + k x(t)] \quad (2.5)$$

gdzie: k - stała

Przyjmując sygnał modulujący sinusoidalny o postaci:

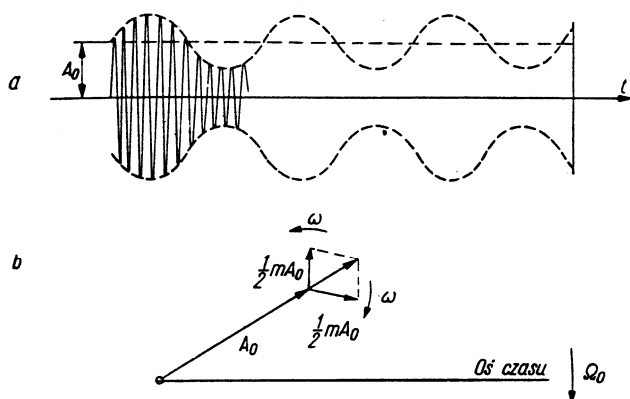
$$x(t) = U_m \cos(\omega t + \Psi_o) \quad (2.6)$$

którego częstotliwość ω jest mniejsza od częstotliwości Ω_o , otrzymujemy przebieg zmodulowany:

$$u(t) = A(t)[1 + m \cos(\omega t + \Psi_o)] \cos(\Omega_o t + \Phi_o) \quad (2.7)$$

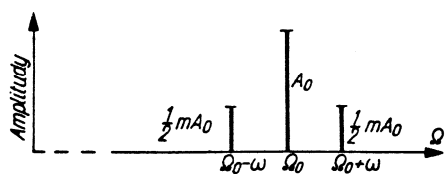
gdzie: $m = k U_m$ - współczynnik głębokości modulacji

Na rys.2.3a przedstawiono przebieg czasowy zmodulowanej fali nośnej natomiast na rys.2.3b układ fazorów.



Rys. 2.3. Fala zmodulowana w amplitudzie

- a) przebieg czasowy fali nośnej,
- b) układ fazorów fali zmodulowanej.

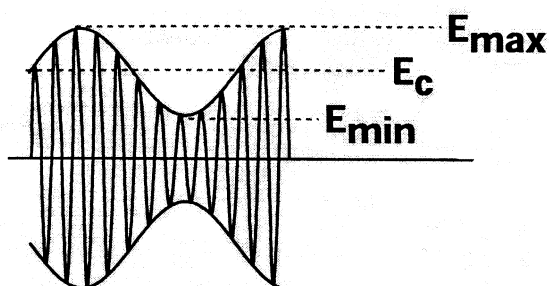


Rys.2.4. Widmo amplitudowe fali AM przy modulacji sygnałem sinusoidalnym

Wartość współczynnika modulacji m można wyznaczyć ze wzoru

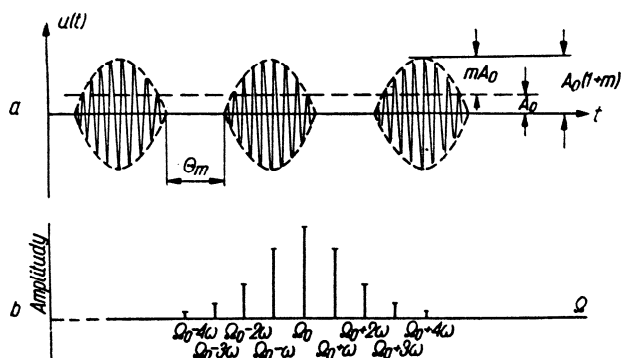
$$m = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}} \quad (2.8)$$

gdzie: $E_{\max}$ – maksymalna wartość amplitudy napięcia sygnału zmodulowanego,
 $E_{\min}$ – minimalna wartość amplitudy napięcia sygnału zmodulowanego.



Rys.2.5. Fala zmodulowana w amplitudzie

Jeśli $m > 1$ oraz charakterystyka modulatora amplitudy jest nieliniowa to sygnał zmodulowany przyjmuje kształt przedstawiony na rys. 2.6.

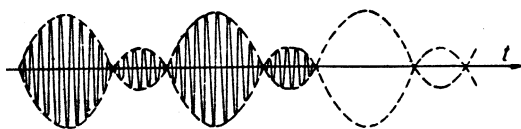


Rys. 2.6. Fala zmodulowana w amplitudzie dla $m > 1$

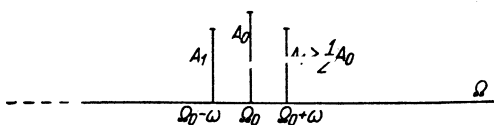
- a) przebieg czasowy,
- b) widmo.

Sygnał z modułowany w amplitudzie dla $m > 1$ i poddany filtracji za pomocą filtru pasmowego.

a)



b)

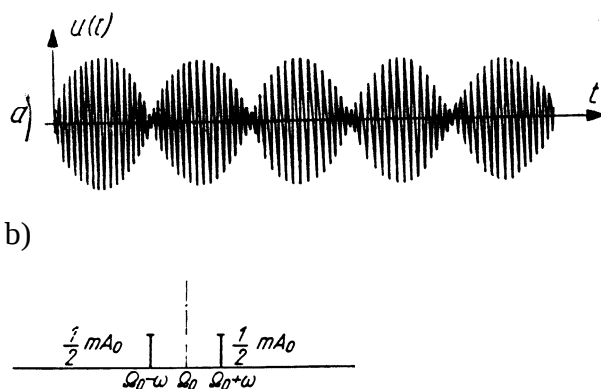


Rys. 2.7. Fala zmodulowana w amplitudzie dla $m > 1$ i poddana filtracji

- a) przebieg czasowy,
- b) widmo.

Modulacja dwuwstęgowa bez fali nośnej

Przebieg czasowy sygnału zmodulowanego w amplitudzie, bez fali nośnej, (DB –S.C.) przedstawiono na rys. 2.8.

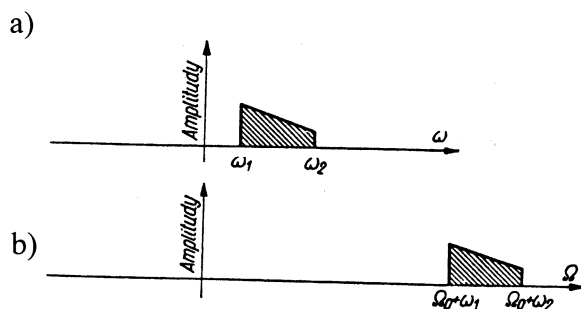


Rys.2.8. Sygnał AM z modulacją dwuwstęgową bez fali nośnej

- a) przebieg czasowy,
- b) widmo.

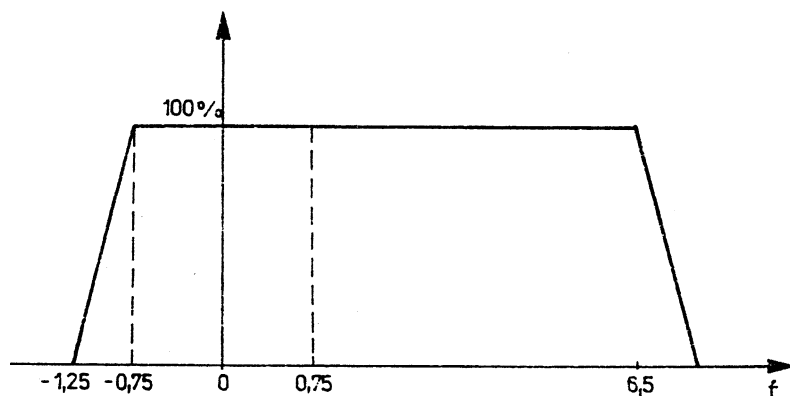
Modulacja jednowstęgowa

Szerokość widma sygnału zmodulowanego jednowstęgowo jest najmniejsza spośród widm jakich systemów modulacji. Dalsze zawężanie widma jest możliwe tylko przez odpowiednie kodowanie sygnału modulującego i zmodulowanego.

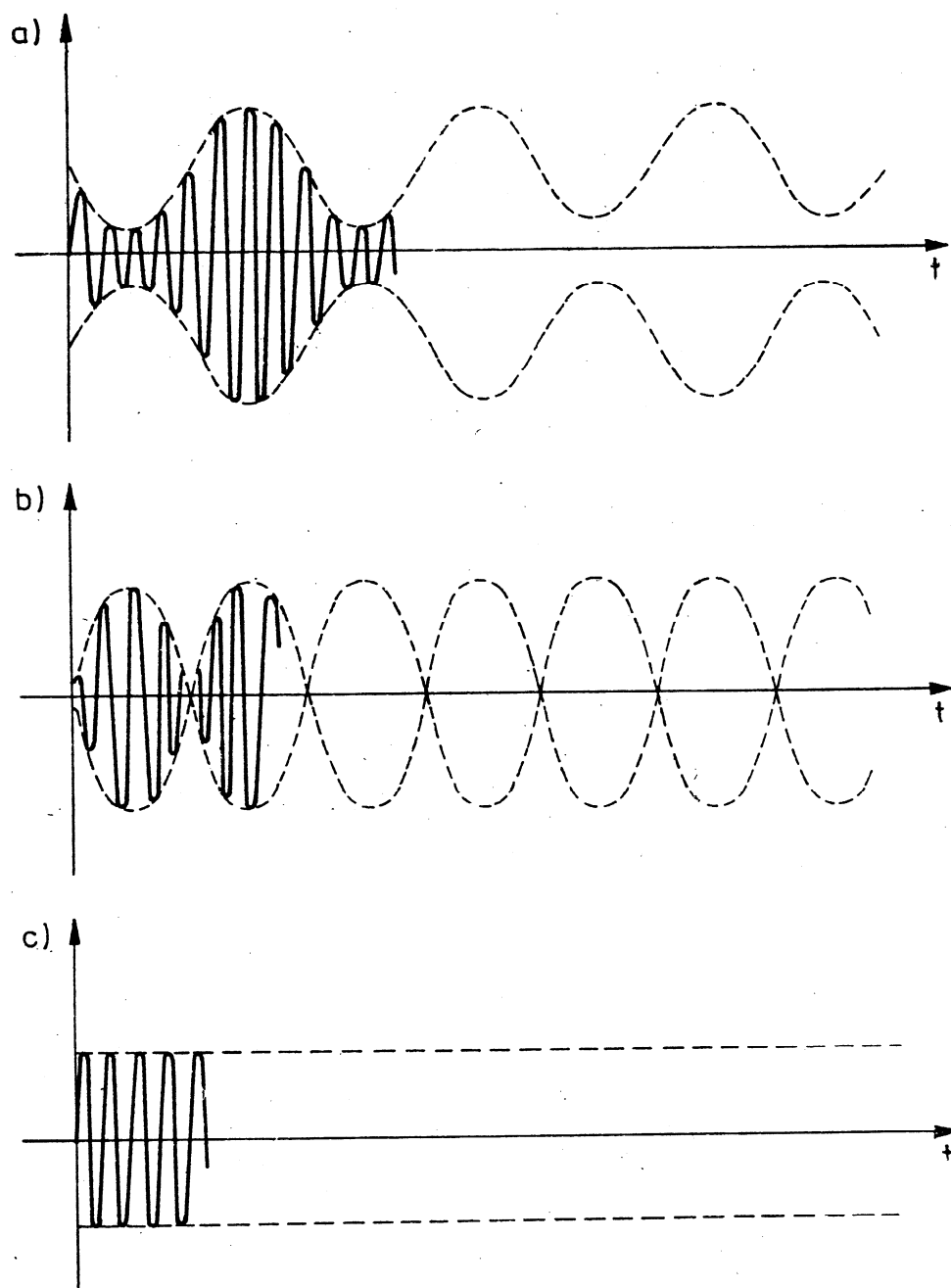


Rys. 2.9. Widmo sygnału

- a) modulującego,
- b) zmodulowanego jednowstęgowo.



Rys. 2.10. Charakterystyka amplitudowa sygnału AM telewizji



Rys. 2.11. Przebiegi czasowe z modulacją amplitudy

- a) dwuwstęgowa z falą nośną,
- b) dwuwstęgowa bez fali nośnej,
- c) jednowstęgowa.

3. Modulacja kąta

Modulacja kątowna polega na zmienianiu przez przebieg modulujący kąta Φ fali nośnej wyrażonej wzorem:

$$u(t) = A_o \cos(\Phi_o) \quad (3.1)$$

W zależności od sposobu uzależniania kąta Φ od przebiegu modulującego można uzyskać różne rodzaje modulacji; między innymi modulację częstotliwości (FM) i modulację fazy (PM).

Modulacja częstotliwości.

Przy liniowej modulacji FM częstotliwość chwilowa zmienia się według wzoru

$$F(t) = F_0 + k x(t) \quad (3.2)$$

gdzie: $x(t)$ – przebieg modulujący,

k – stała.

Dewiacją częstotliwości nazywamy wartość bezwzględną maksymalnego odchylenia częstotliwości chwilowej od jej wartości średniej i w przypadku modulacji liniowej określana jest wzorem

$$\Delta F = k / x(t)_{max} \quad (3.3)$$

$$\Phi(t) = \int_0^t 2\pi F(t) dt = \Omega_0 t + 2\pi k \int_0^t x(t) dt + \Phi_0 \quad (3.4)$$

Jeżeli częstotliwość chwilowa wyraża się wzorem (3.2) to faza chwilowa jest równa:

Napięcie fali zmodulowanej wyraża się wzorem:

Jeżeli przebieg modulujący $x(t)$ jest przebiegiem sinusoidalnym tzn.:

$$x(t) = U_m \cos(\omega t + \Psi_0) \quad (3.6)$$

$$u(t) = A_0 \cos \Phi(t) = A_0 \cos \left[\Omega_0 t + 2\pi k \int_0^t x(t) dt + \Phi_0 \right] \quad (3.5)$$

to częstotliwość chwilowa wyraża się wzorem:

$$F(t) = F_0 + \Delta F \cos(\omega t + \Psi_0) \quad (3.7)$$

Przebieg fali zmodulowanej opisany jest wzorem:

$$u(t) = A_0 \cos \left[\Omega_0 t + \frac{\Delta \Omega}{\omega} \sin(\omega t + \Psi_0) + \Phi_0 \right] \quad (3.8)$$

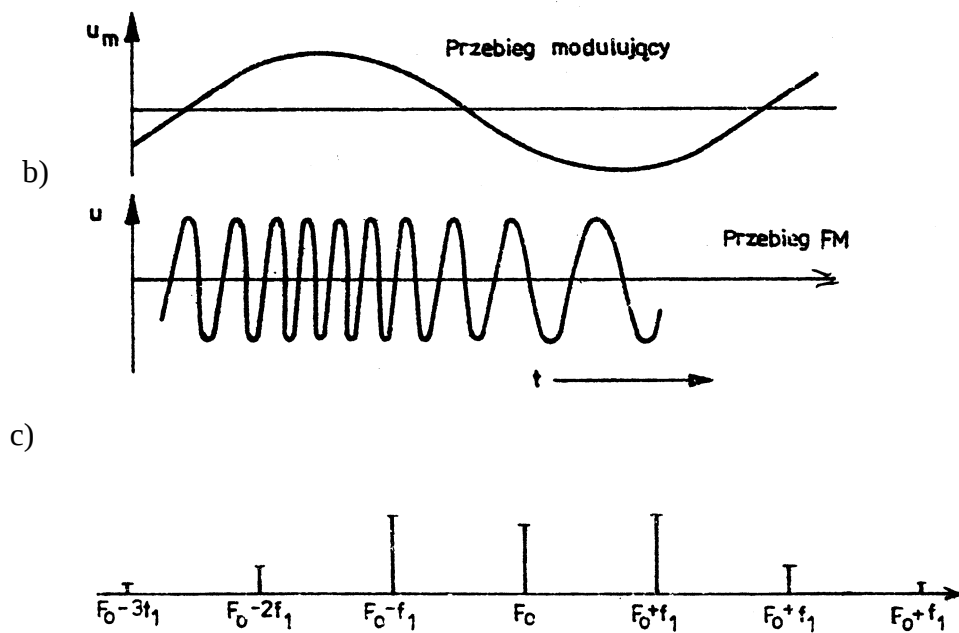
gdzie: $\Delta \Omega = 2\pi \Delta F$

$$\omega = 2\pi f$$

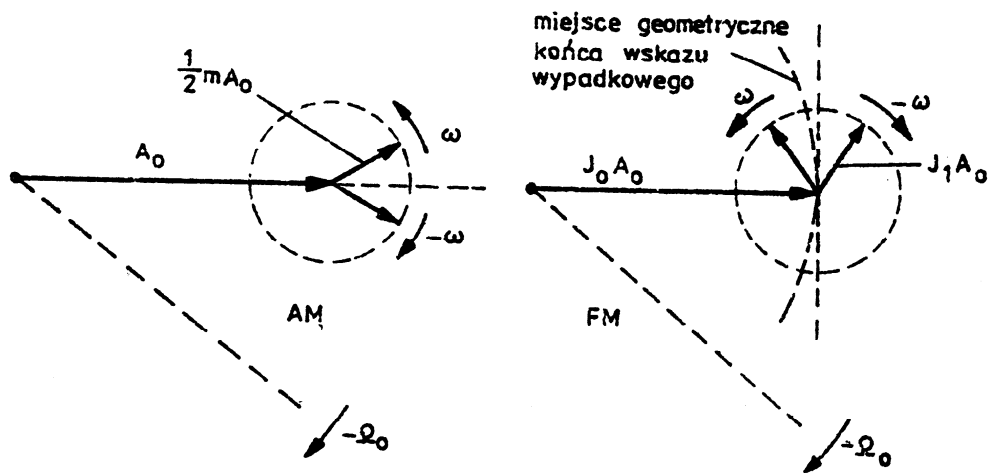
Wielkość

$$\beta = \frac{\Delta \Omega}{\omega} = \frac{\Delta F}{f} \quad (3.9)$$

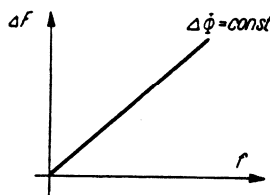
nazywa się indeksem modulacji.



Rys. 3.1. Sygnał z modulacją FM
 a) sygnał modulujący,
 b) sygnał zmodulowany,
 c) widmo sygnału zmodulowanego.



Rys. 3.2. Wykres wskazów
 a) przy modulacji AM,
 b) przy modulacji FM.



Rys. 3.3. Zależność dewiacji częstotliwości F od częstotliwości modulującej przy stałej wartości dewiacji fazy

Modulacja fazy

Przy liniowej modulacji PM fazy, faza chwilowa zmienia się według wzoru

$$\Phi(t) = \Omega_0 t + k x(t) \quad (3.10)$$

W przypadku modulacji liniowej dewiację fazy (maksymalną zmianę fazy) możemy określić wzorem:

$$\Delta \Phi = k / x(t)_{\max} \quad (3.11)$$

Napięcie fali zmodulowanej wyraża się wzorem:

$$u(t) = A_0 \cos[\Omega_0 t + k x(t)] \quad (3.12)$$

Jeśli sygnał modulujący jest sinusoidalny

$$x(t) = U_m \cos(\omega t + \Psi_0) \quad (3.13)$$

to fazę chwilową można opisać wzorem:

$$\Phi(t) = \Omega_0 t + \Delta \Phi \cos(\omega t + \Psi_0) \quad (3.14)$$

gdzie: $\Delta \Phi = k U_m$ – dewiacja fazy

natomiast falę zmodulowaną można opisać wzorem:

$$u(t) = A_0 \cos[\Omega_0 t + \Delta \Phi \cos(\omega t + \Psi_0) + \Phi_0] \quad (3.15)$$

Indeks modulacji

$$\beta = \Delta \Phi \quad (3.16)$$

Z porównania wzorów (3.9) i (3.16) widzimy fale FM i PM są identyczne, jeśli ich indeksy modulacji mają jednakową wartość, czyli

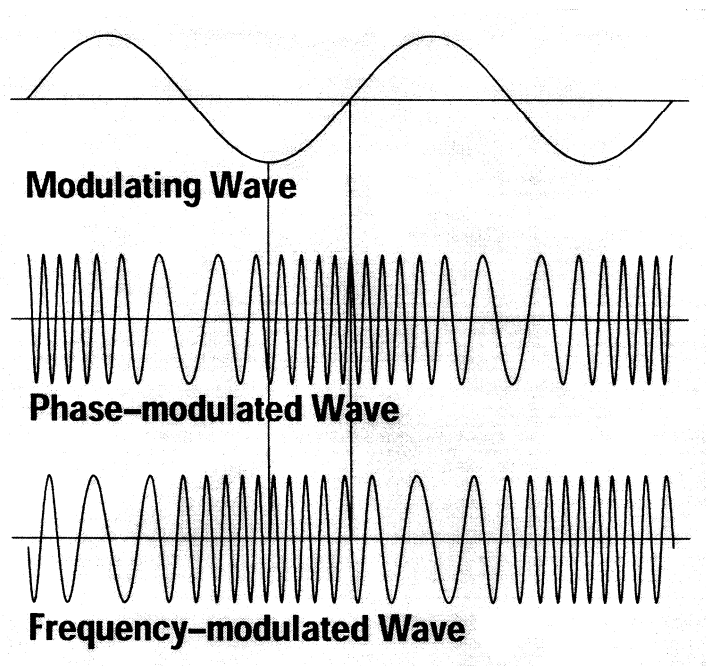
$$\Delta \Phi = \frac{\Delta F}{f} \quad (3.17)$$

oraz jeśli przy PM przebieg modulujący będzie miał postać:

$$x(t) = U_m \cos(\omega t + \Psi_0 - 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + \Psi_0) \quad (3.18)$$

Jeśli w modulatorze utrzymujemy stałą wartość $\Delta \Phi$ to ze zmianą częstotliwości sygnału modulującego zmienia się dewiacja częstotliwości.

Widmo modulacji FM i PM



Rys. 3.4. Porównanie przebiegów czasowych FM i PM

Widmo fal FM i PM wyznaczmy, przedstawiając wzory (3.8) i (3.15) w postaci zespolonej

$$u(t) = \text{Re}\{ A_o e^{j(\Omega_o t + \Phi_o)} e^{j\beta(\omega t + \Psi_o)} \} \quad (3.19)$$

Z teorii funkcji Bessela wiadomo, że

$$e^{j\beta(\omega t + \Psi_o)} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} J_n(\beta) e^{jn(\omega t + \Psi_o)} \quad (3.20)$$

gdzie: $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ a $J_0, J_1, J_2, \dots$ są funkcjami Bessela pierwszego rodzaju, rzędu 0, 1, 2, ..., n argumentu β .

$$u(t) = \text{Re}\{ A_o e^{j\Omega_o t} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} J_n(\beta) e^{jn(\omega t + \Psi_o)} \} \quad (3.21)$$

Pasmo częstotliwości zajmowane przez sygnał FM i PM można obliczyć ze wzoru Carsona:

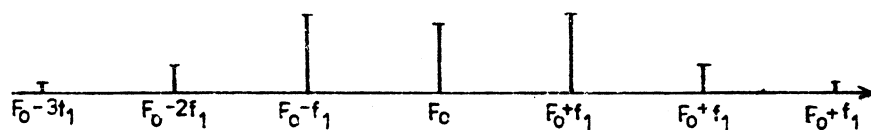
$$2 \Delta F_w = 2 (\Delta F + f) = 2 f(1 + \beta) \quad (3.22)$$

gdzie: ΔF – dewiacja częstotliwości,

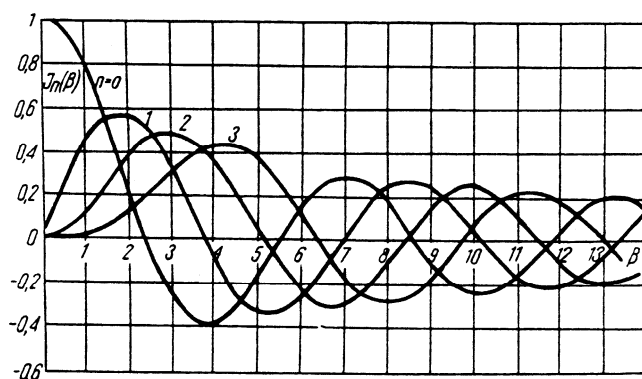
f – częstotliwość modulująca,

β - indeks modulacji.

Szerokopasmowa modulacja FM ($\beta > 1$)

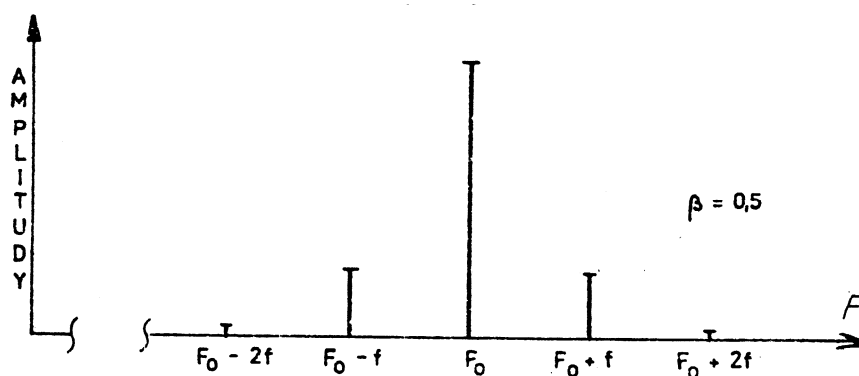


Rys. 3.5. Widmo sygnału z modulacją FM

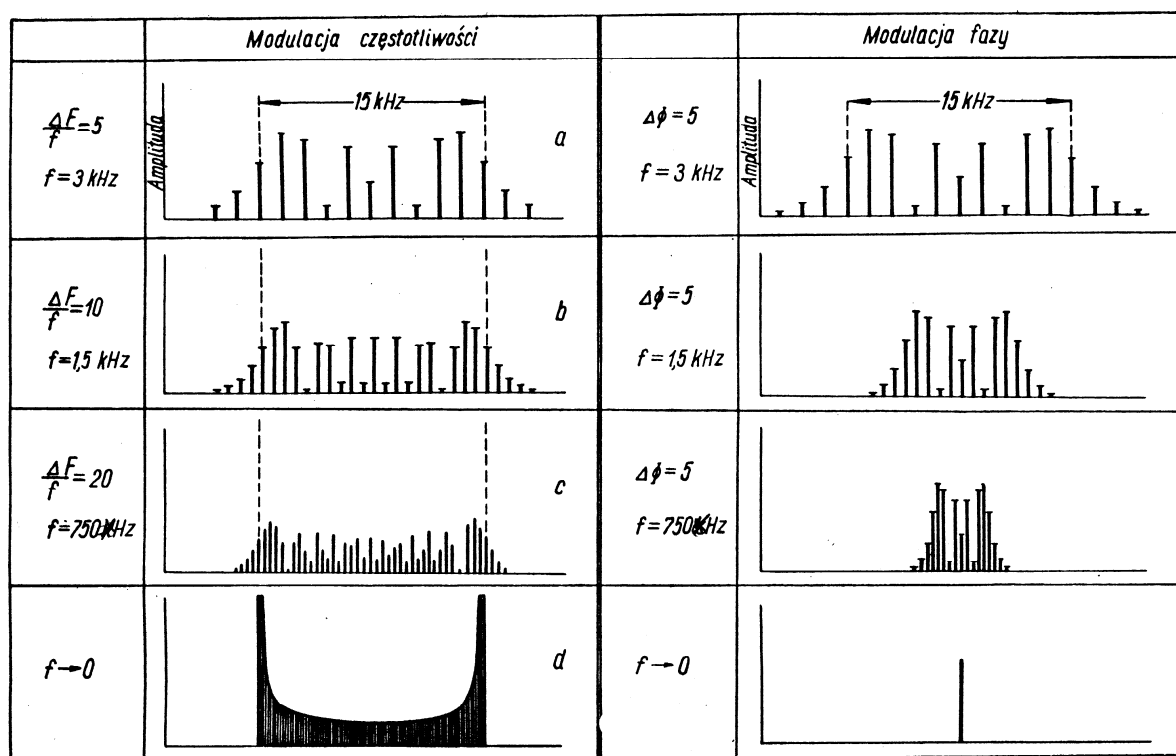


Rys. 3.6. Wykres funkcji Bessela $J_n(\beta)$

Wąskopasmowa modulacja FM ($\beta \leq 1$)



Rys. 3.7. Widmo wąskopasmowej modulacji FM



Rys.3.8. Porównanie widm modulacji FM i PM

Wykaz literatury

1. Stefan Hahn – Podstawy radiokomunikacji - WKŁ – Warszawa 1964
2. Stefan Hahn – Teoria modulacji i detekcji - WPW – Warszawa 1981
3. Simon Haykin – Systemy telekomunikacyjne – WKŁ – Warszawa 1998
4. G. Z. Ajzenberg – Anteny krótkofalowe – WNT 1966
5. Daniel Józef Bem – Anteny i rozchodzenie się fal radiowych WNT Warszawa 1973
6. Henryk Chaciński – Urządzenia radiowe - WSiP Warszawa 1989
7. Stefan Han – Anteny i propagacja fal – WPW Warszawa 1973
8. Janusz Pieniak – Anteny telewizyjne i radiowe – WKŁ Warszawa 1997
9. Wacław Lisicki – Propagacja fal radiowych - WKŁ 1962