

Labolatorium PTI – ćwiczenie 3, przykład 2

# **Pomiar sygnałów**

## **Falkowe odszumianie sygnałów**

# 1 ANALIZA SYGNAŁÓW i REKONSTRUKCJA SYGNAŁÓW: użycie CWT

## 1.1 Ciągła transformacja falkowa (CWT)

Ciągła transformata falkowa funkcji  $x(t)$  o współczynniku skali  $a \in \mathbb{R}^+$  i przesunięcia  $b \in \mathbb{R}$  jest wyrażona wzorem

$$X_w(a, b) = \frac{1}{|a|^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \bar{\psi} \left( \frac{t-b}{a} \right) dt$$

gdzie  $\psi(t)$  to falka matka. Można odwrócić transformację używając wzoru:

$$x(t) = C_\psi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_w(a, b) \frac{1}{|a|^{1/2}} \tilde{\psi} \left( \frac{t-b}{a} \right) db \frac{da}{a^2}$$

gdzie  $\tilde{\psi}(t)$  jest falką dualną do  $\psi(t)$  a

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega$$

gdzie  $\hat{\psi}(\omega)$  oznacza transformatę Fouriera  $\psi(t)$ .

Ciągła transformacja falkowa pozwala na dobrą lokalizację składowych sygnału zarówno w czasie jak i częstotliwości. W poniższym przykładzie użyjemy (CWT) do analizy sygnału i rekonstrukcji anomalii w sygnale.

## 1.2 Detekcja anomalii w sygnale

Poniżej przykładowy sygnał pochodzący z przykładów z MATLABa. (Z dokumentacji wynika, że dane zostały zarejestrowane przez francuskie przedsiębiorstwo petrochemiczne Total). Do analizy sygnału użyjemy falki Morlet. Użyjemy skal od 1 do 50 próbkowanych co 0,1 (liniowo).

```
1 clear
2 load sensor1;
3 long = 4000;
4 first = 5000;
5 last = first + long - 1;
6 indices = (first : last);
7 dt = 1;
8 signal = sensor1(indices);
9 s1{1} = signal;
10 s1{2} = dt;
11 scales = 1:0.1:50;
12 wname = 'morl';
13 par = 6;
14 WAV = {wname, par};
15 cwt_s1_lin = cwtft(s1, 'scales', scales, 'wavelet', WAV, 'plot');
16 cwt_s1_pow = cwtft(s1, 'plot');
```

defineSignal.m

Figure 1: Listing kodu

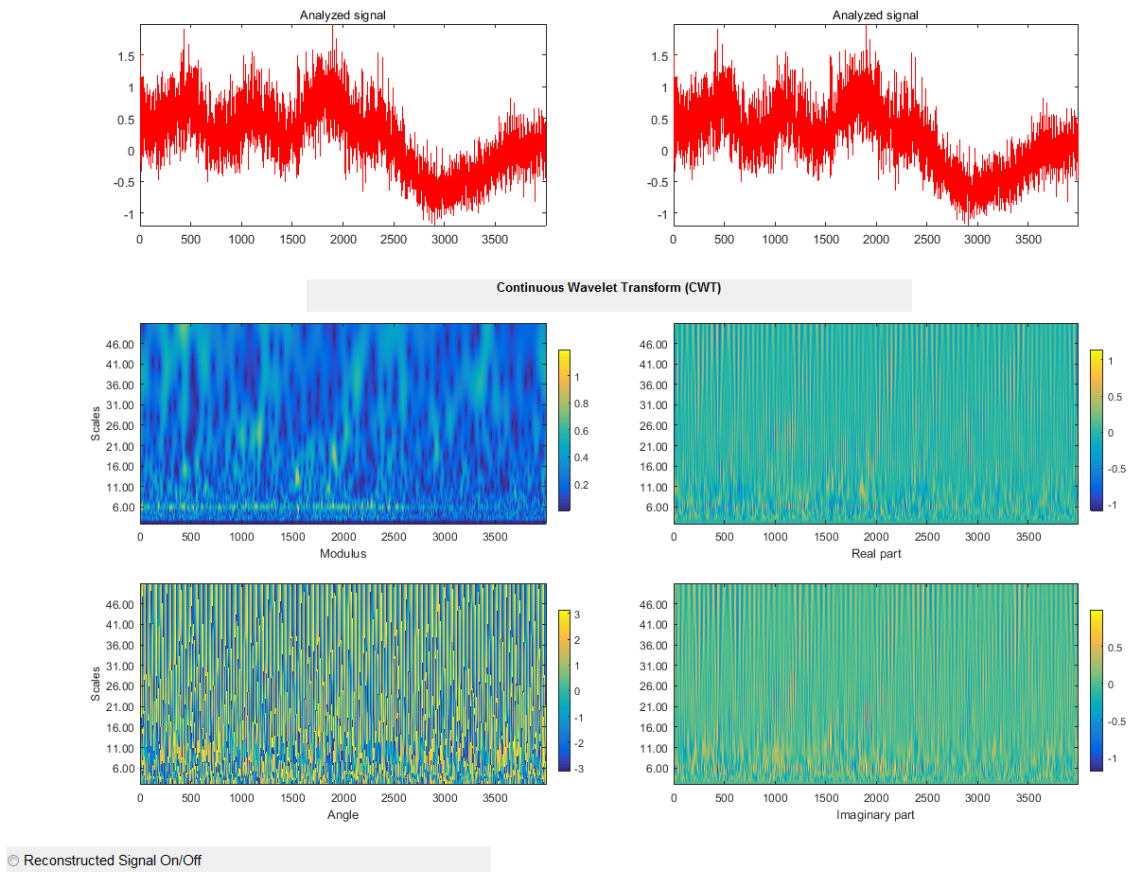


Figure 2: Analizowany sygnał (liniowe)

W analizowanym sygnale występuje anomalia, która ujawnia się jako duże moduły w okolicach 6 skali. (Jest to jaśniejszy pasek - występujący od 0 do mniej więcej 2500 próbek w dziedzinie czasu).

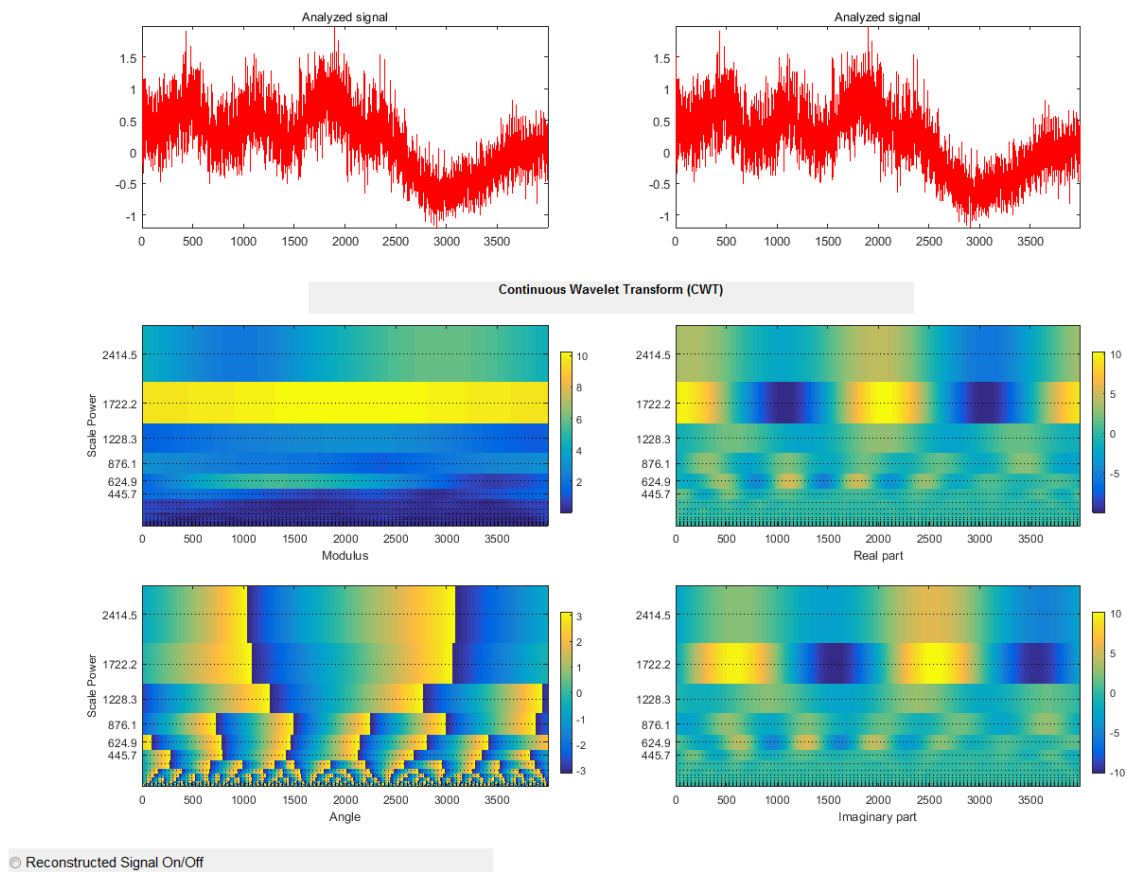


Figure 3: Analizowany sygnał (logarytmiczne)

Alternatywnie możemy użyć domyślnych skal, które są ułożone logarytmicznie.

### 1.3 Znalezienie skali gromadzącej najwięcej energii sygnału

Pierwszym krokiem będzie ustalenie w jakich skalach jest istotna część informacji o sygnale. Energię liczymy sumując kwadraty współczynników w kolejnych skalach. Następnie dzielimy przez sumę energii uzyskując procentowy udział danej skali.

```

2 % Compute the energy distribution over scales.
3 cfs = cwt_sl_lin.cfs;
4 energy = sum(abs(cfs),2);
5 percentage = 100*energy/sum(energy);
6
7 % Detect the scale of greatest energy.
8 [maxpercent,maxScaleIDX] = max(percentage)
9
10 figure;
11 plot(percentage, '-r');
12 hold on
13 plot(maxScaleIDX,maxpercent, 'k', 'MarkerSize',20);
14 xlabel('Indices of Scales');
15 ylabel('Percentage of energy');
16 axis tight
17 grid
18
19 % The scale of greatest energy is given by:
20 scaMaxEner = scales(maxScaleIDX)

```

determineEnergetic.m

Figure 4: Listing kodu

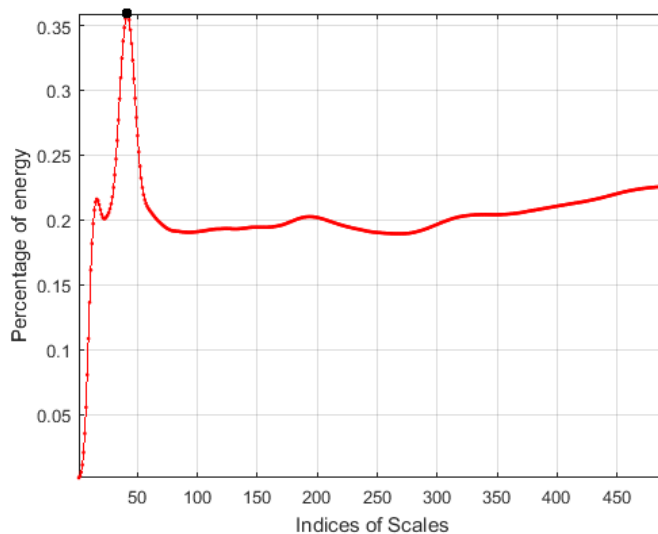


Figure 5: Energia zgromadzona w skalach

Jak widać największa energia jest zgromadzona w skali 5 i jest to około 36% energii całego sygnału. W kolejnym kroku zajmiemy się wydzieleniem tego fragmentu. (5 wynika z tego, że skale są próbkowane od 1 co 0,1 a skala o największej energii ma indeks 41 co przekłada się na  $1 + (41 - 1) \cdot 0,1 = 5$ .)

#### 1.4 Rekonstrukcja anomalii (liniowe)

W tej rekonstrukcji użyjemy współczynników dla liniowego podziału skal. Wybieramy 10 skal otaczających skalę o największej energii i zerujemy pozostałe skale.

Następnie rekonstruujemy sygnał z tych okrojonych współczynników. Stosujemy w tym celu odwrotną transformację falkową. Następnie w celu poprawienia percepcji anomalii wybieramy fragment sygnału od 250 do 500 i rozciągamy.

```

1 % First step for building the new structure corresponding to the
2 anomaly.
3 cwt_anomaly = cwt_s1_lin;
4
5 % Choose a vector of scales centered on the most energetic scale.
6 dScale = 5;
7 anomaly_index_scales = (maxScaleIDX-dScale:maxScaleIDX+dScale);
8 anomaly_cfs = cwt_s1_lin.cfs(anomaly_index_scales,:);
9 newCFS = zeros(size(cwt_s1_lin.cfs));
10 newCFS(anomaly_index_scales,:) = anomaly_cfs;
11 cwt_anomaly.cfs = newCFS;
12
13 % Reconstruction from the modified structure.
14 anomaly = icwtlin(cwt_anomaly,'plot');
15 ax = findobj(gcf,'type','axes','tag','');
16 set(ax,'XLim',[250 500]);

```

reconstruction1.m

Figure 6: Listing kodu

## 1.5 Rekonstrukcja anomalii (logarytmiczne)

Zrekonstruujemy sygnał używając logarytmicznych skal. W tym celu potrzebujemy znaleźć skalę w której występuje anomalia. Jest to skala o indeksie 4. Zwróćmy uwagę, że gdy rekonstruujemy jedną skalę, wykres współczynników CWT jest mało ciekawy, gdyż w większości zerowy. Jednak pojedyncza skala wystarcza do rekonstrukcji anomalii. Możemy porównać zrekonstruowany sygnał z pierwszej rekonstrukcji. Faktycznie otrzymane sygnały są bardzo podobne. Oczywiście w tym wypadku utraciliśmy więcej informacji.

```

1 cwt_anomaly = cwt_s1_pow;
2
3 % Find the index of logarithmic scale detecting the anomaly.
4 [valMin, anomaly_index_scales] = min(abs(cwt_s1_pow.scales -
5 scaMaxEner));
6
7 anomaly_cfs = cwt_s1_pow.cfs(anomaly_index_scales,:);
8 newCFS = zeros(size(cwt_s1_pow.cfs));
9 newCFS(anomaly_index_scales,:) = anomaly_cfs;
10 cwt_anomaly.cfs = newCFS;
11
12 % Reconstruction from the modified structure.
13 anomaly = icwtft(cwt_anomaly,'plot','signal',s1);
14 ax = findobj(gcf,'type','axes','tag','');
15 set(ax,'XLim',[250 500]);

```

reconstruction2.m

Figure 7: Listing kodu

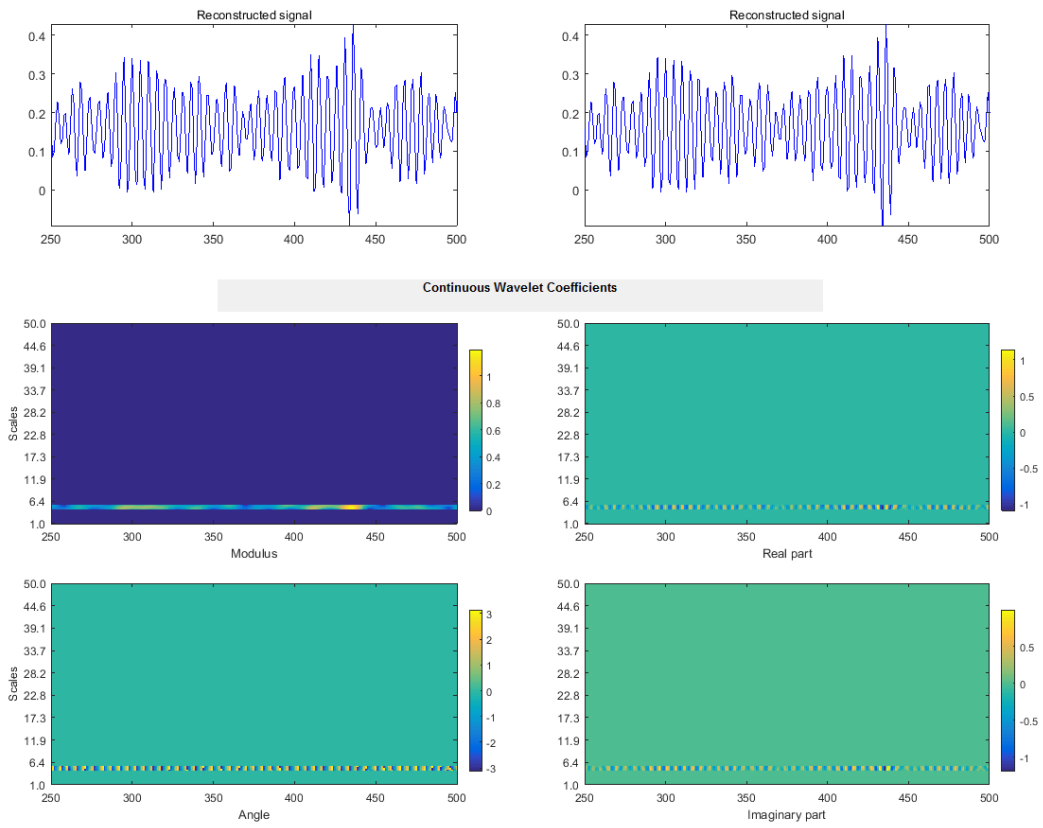


Figure 8: Zrekonstruowany sygnał (liniowo)

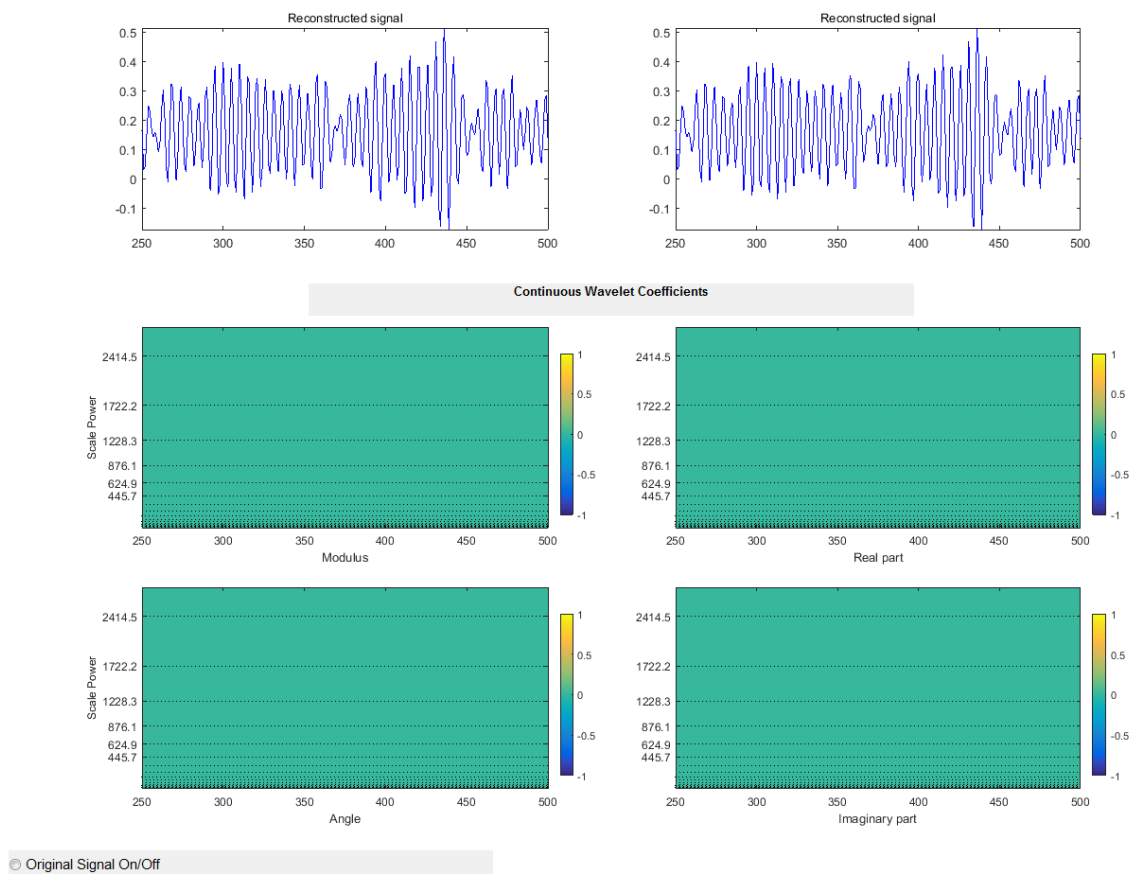


Figure 9: Zrekonstruowany sygnał logarytmicznie

## References

- [1] [https://en.wikipedia.org/wiki/Continuous\\_wavelet\\_transform](https://en.wikipedia.org/wiki/Continuous_wavelet_transform)
- [2] [www.iel.waw.pl/pliki/ogolne/studia%20doktoranckie/wyklady/wyklad\\_falki.pdf](http://www.iel.waw.pl/pliki/ogolne/studia%20doktoranckie/wyklady/wyklad_falki.pdf)
- [3] <http://www.mathworks.com/help/wavelet/examples/signal-reconstruction-from-continuous-wavelet-transform-coefficients.html>