

Raport z laboratoriów PTI - Sygnały

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia oraz aktywności jest zbadanie metod próbkowania oraz kwantyzacji sygnału w zależności od ich charakterystyki oraz zastosowań.

2 Badania nad kwantyzacją obrazów

Wstęp

Celem zadania było zbadać, czy różne metody kwantyzacji kolorów mogą sprawdzać się lepiej w zależności od sytuacji. W tym celu użyłem 4 różnych metod kwantyzacji na 4 różnych zdjęciach, tak by uzyskać tylko 8 odcieni szarości. Zdjęcia dobrałem tak, by każde przedstawiało coś zupełnie innego, aby uwypuklić wady i zalety danych metod. Najpierw pokrótce opiszę użyte metody, a później zaprezentuję przykłady wraz z wnioskami.

Metody

Jako pierwszej metody użyłem kwantyzacji równomiernej dostępnej jako jedno z narzędzi w darmowym programie GIMP, ponieważ jest ona dostępna od ręki dla każdego. Jako drugiej metody użyłem algorytmu Lloyd-Maxa, posilkując się kodem dostępnym w przykładowym raporcie numer 5, ponieważ ta metoda według teorii ma mieć lepsze rezultaty. Jako trzeciej metody użyłem rozszerzonej metody Otsu, ponieważ jest ona łatwo dostępna w matlabie i o wiele łatwiejsza w użyciu. Jako czwartej metody zainspirowany działaniem formatu gif, podzieliłem obraz na N^2 mniejszych obrazów, w których na których osobno użyłem algorytmu Lloyd-Maxa. Nie uzyskałem w ten sposób tylko 8 odcieni, ale uznałem, że wyniki i tak, będą ciekawe do prezentacji. Niestety, przy dużym N obraz jest wyraźnie wyższej jakości, więc w przykładzie N jest równe 3.

Przykład 1

Obraz przedstawiający tygrysa. Wybrałem to zdjęcie, ponieważ zawiera obraz, którego szczegóły kolorów mogą się różnić od realnych przedmiotów.

Porównując te 4 przypadki, zauważyłem kilka następujących rzeczy:

1. Na wszystkich zdjęciach twarz tygrysa, wygląda bardzo dobrze, a najgorzej wygląda jednolita ściana w tle.
2. Przy pierwszej metodzie widać wyraźnie ciemny kształt na ramie obrazu,



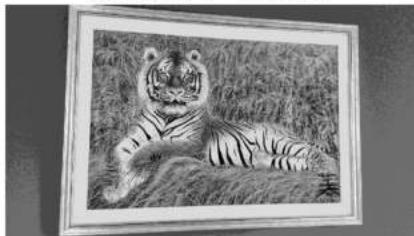
Rysunek 1: Oryginalne zdjęcie 1



(a) Zdjęcie 1 - Metoda 1



(b) Zdjęcie 1 - Metoda 2



(c) Zdjęcie 1 - Metoda 3



(d) Zdjęcie 1 - Metoda 4



Rysunek 2: Oryginalne zdjęcie 2

prawdopodobnie jest to odbicie. Na oryginalnym zdjęciu ten kształt jest ledwo widoczny, przy pozostałych metodach nie widać go w ogóle. Możliwe, że to przypadek, ale gdyby nam zależało na takim szczególe to właśnie tą metodę powinniśmy wybrać.

3. Przy metodzie Otsu, obraz jest wyraźnie ciemniejszy i występują elementy czarne oraz białe. Wynika to z tego, że ta metoda w swojej prostej formie jest używana do progowania obrazów. Subiektywnie wygląda najgorzej.

4. Przy metodzie 4 linie podziału na samym obrazie są prawie niewidoczne, w wielu miejscach wcale. Jednak na ścianie są one bardzo widoczne, ktoś kto nie widział oryginału, mógłby pomyśleć, że ściana jest pomalowana w pasy. Jest to spore zniekształcenie.

5. Metoda 2 subiektywnie wygląda najlepiej. Chociaż z prawej strony zmiana odcieni na ścianie wygląda jak plama.

Przykład 2

Twarz mężczyzny z brodą. Wybrałem to zdjęcie, ponieważ zawiera twarz, a to jest ważny element wielu fotografii.

Porównując te 4 przypadki, zauważyłem kilka następujących rzeczy:

1. Na wszystkich zdjęciach oczy, włosy i broda wyglądają bardzo dobrze, a najgorzej wygląda rozmyte tło, gdzie zniekształcenia są duże.

2. Przy pierwszej metodzie twarz ma więcej jednolitych miejsc co wygląda nie-naturalnie. Chociaż widać wyraźnie linie nosa, czego na przykład nie widać w metodzie 2.

3. Przy metodzie Otsu, obraz znowu jest wyraźnie ciemniejszy, tak jak przy poprzednim zdjęciu.

4. Przy metodzie 4, linie podziału są ledwo widoczne w kilku miejscach. Subiektywnie brak większych zniekształceń spowodowanych nimi. Według mnie wygląda najlepiej.

Przykład 3

Krajobraz z drogą. Wybrałem to zdjęcie, żeby skupić się na elementach, które



(a) Zdjęcie 2 - Metoda 1



(b) Zdjęcie 2 - Metoda 2



(c) Zdjęcie 2 - Metoda 3



(d) Zdjęcie 2 - Metoda 4



Rysunek 3: Oryginalne zdjęcie 3



(a) Zdjęcie 3 - Metoda 1



(b) Zdjęcie 3 - Metoda 2



(c) Zdjęcie 3 - Metoda 3



(d) Zdjęcie 3 - Metoda 4

zazwyczaj są w tle.

Porównując te 4 przypadki, zauważyłem kilka następujących rzeczy:

1. Na wszystkich zdjęciach sama droga bardzo dobrze, trawa po bokach wygląda średnio, a najgorzej wygląda niebo, gdzie zniekształcenia są duże.
2. Przy metodzie 1 i 3 najjaśniejsze elementy chmur, są bardzo silnie zniekształcone prawie nie do rozpoznania, przy metodzie 2 i 4 jest niewiele lepiej.
3. Na ciemniejszych partiach chmur widać wyraźnie pasma kolejnych odcieni, podobnie jak w tle przykładu 2.
4. Metody 2 i 4 dały bardzo podobne wyniki, możliwe że jest to spowodowane, bardzo stonowanymi odcieniami, na całym zdjęciu, przez co podział niewiele dał.

Przykład 4

Widok na centrum Nowego Jorku. Wybrałem to zdjęcie, ponieważ zawiera wiele ostrych krawędzi i małych szczegółowych obiektów.

Tak jak się spodziewałem, po poprzednich przykładach, efekt jest bardzo dobry przy ostrych krawędziach i bardzo słaby przy gładkich przejściach. Pozostałe wnioski są zbieżne, z tymi z poprzednich przykładów więc przejdę do podsumowania.

Podsumowanie

Z powyższych przykładów można wywnioskować, że kwantyzacja daje bardzo dobre wyniki, gdy krawędź jest ostra. W przypadku gładkich krawędzi albo



Rysunek 4: Oryginalne zdjęcie 4



(a) Zdjęcie 4 - Metoda 1



(b) Zdjęcie 4 - Metoda 2



(c) Zdjęcie 4 - Metoda 3



(d) Zdjęcie 4 - Metoda 4

obiektów podobnej jasności kwantyzacja może całkowicie uniemożliwić zrozumienie uwiecznionej na zdjęciu informacji. Łatwo było przewidzieć, że metoda 4 będzie najbliższemu odwzorowaniu, ponieważ dzieląc zdjęcie na wystarczająco dużo fragmentów uzyskamy dokładnie to samo zdjęcie, tylko czarno-białe. Należy jednak zauważyć, że przy podziale na mało elementów linie podziału dodatkowo zniekształcają początkową informację.

3 Sygnał jednowymiarowy - próbkowanie i analiza

W dalszej części niech "błąd bezwzględny" oznacza "wartość bezwzględną błędu"

Dane testowe

Na potrzeby zadań związanych z próbkowaniem i przybliżaniem sygnałów skonstruowałem z poniższych typów sygnałów:

- Sygnały o amplitudzie 1: sinusoidalny (okres 15), trójkątny (o. 10), prostokątny (o. 25),
- Przykładowe odczyty elektrokardiografu, cz. próbkowania 300 Hz (pliki A00001.mat - A00015.mat).

Na potrzeby ćwiczenia przyjmuję, że sygnały dobrze przybliżają źródłowy sygnał analogowy.

Podczas badania sygnałów będę zwracał uwagę na ich naturę - w przypadku sygnału EKG, ze względu na jego zastosowanie w medycynie, dokładność jest szczególnie ważna.

Aktywności

Część 1.

Chcę sprawdzić, jakie funkcje są najlepsze do interpolacji próbkowanego sygnału. Wejściowe sygnały będę próbował dla pewnej danej częstotliwości. Następnie spróbuję zrekonstruować sygnał wejściowy przy pomocy funkcji omawianych na wykładzie:

- $\text{sinc } x$,
- $e^{-\pi x^2}$.

Wyniki cz. 1

	funkcja sinc	funkcja $e^{-\pi t^2}$
Sinusoida	0.24	0.39
	0.04	0.15
	0.03	0.14
Sygnał trójkątny	1.59	1.77
	0.36	0.28
	0.33	0.06
Sygnał kwadratowy	1.72	1.66
	0.36	0.24
	0.11	0.06

Tabela 1: Błąd bezwzględny sygnału interpolacyjnego: maksymalny, średni, mediana. Częstotliwość próbkowania: 1 na 4

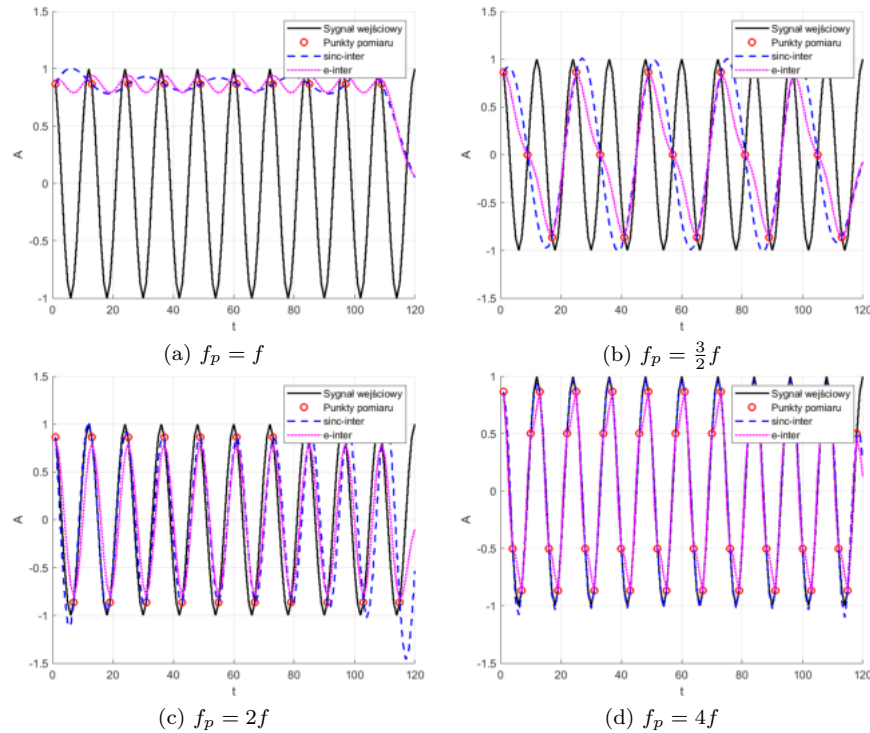
Wnioski cz. 1

- Nie jest dziwne, że dla sinusoidy mniejszy błąd ma interpolacja za pomocą funkcji sinc - w pewnym stopniu jest to bowiem przybliżanie sinusoidy pewnym kształtem “sinusoidopodobnym”.
- Różnice między wartościami sinc oraz $e^{-\pi x^2}$ mogą wynikać z poniższego faktu: interpolacja sinc ma tę przewagę, że w punktach próbkowania ma wartość równą danym próbkom.
- Z wyników możemy wywnioskować, że funkcja sinc jest dobra do aproksymacji ciągłych sygnałów “pagórkowatych”, zaś $e^{-\pi x^2}$ - sygnałów cyfrowych, “łamanych”.

Część 2.

Chcę sprawdzić, dla jakich częstotliwości próbkowania obserwowalny błąd pomiaru będzie najmniejszy. Sygnał sinusoidalny będę próbkował dla różnych częstotliwości. Spróbuję zrekonstruować sygnał wejściowy za pomocą używanej wcześniej funkcji sinc x .

Wyniki cz. 2



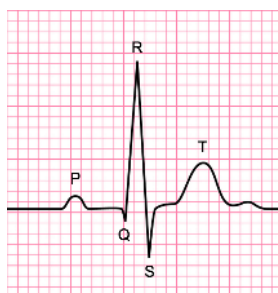
(f oznacza częstotliwość sygnału źródłowego, f_p - częstotliwość pomiarów)

Wnioski cz. 2

- Wyniki są zgodne z Twierdzeniem Nyquista-Shannona: Aby zrekonstruować sygnał o danej częstotliwości, częstotliwość próbkowania powinna być co najmniej dwukrotnie większa. Teoretycznie, gdyby sygnał był nieskończony, pozbylibyśmy się rosnących błędów na krańcach wykresu, otrzymując wejściowy sygnał.
- Interesujące jest to, iż aproksymacja przy użyciu funkcji $e^{-\pi x^2}$ dla $f_1 = f$ wydaje się mieć częstotliwość zgodną z sygnałem źródłowym, jest jedynie przesunięta i przeskalowana.

Część 3.

Posiłkując się wynikami części 1 i 2 będę starał się przybliżyć próbkowane pomiary sygnału EKG. Dla każdego wejściowego sygnału EKG zastosuję dwie funkcje interpolacyjne dla częstotliwości próbkowania 75 Hz, aby sprawdzić, która z nich najlepiej przybliży sygnał wejściowy. Badanie sygnału EKG jest o tyle ciekawe, że trudno “w ciemno” rozstrzygnąć, która funkcja będzie go lepiej przybliżać: sygnał ma zarówno fragmenty ostre, “geometryczne” (Q-R-S), w której lepiej radzi sobie $e^{-\pi x^2}$, oraz części gładkie, “pagórkowate” (P, T), które lepiej aproksymuje $\text{sinc } x$.

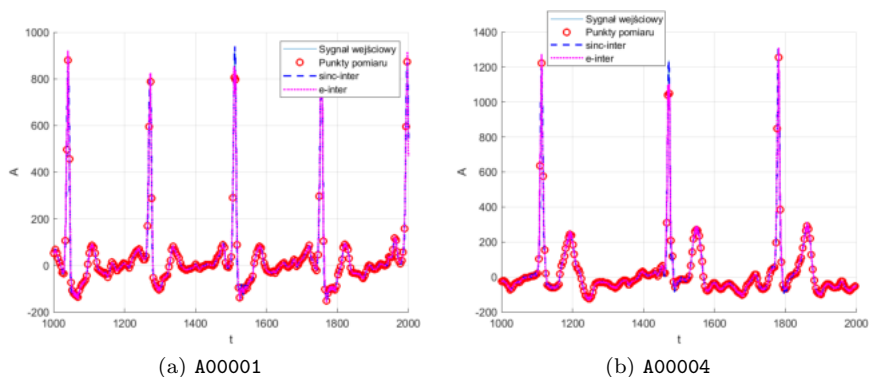


(a) Schemat okresu sygnału EKG

Wyniki cz. 3

Wykresy przedstawię dla ok. 3-5 okresów, dla przykładowych sygnałów A00001 (odczyt wzorcowy, (a)) oraz A00004 (arytmia, (b)).

Ze względu na wielkość zestawu danych przedstawię jedynie dane liczbowe (Tabela 2).



Rysunek 5: Wykresy przykładowych próbkowań i interpolacji

Wnioski cz. 3

- Sześciokrotne zmniejszenie ilości próbek nie wpłynęło znacząco na powstanie błędów (w przypadku interpolacji $\text{sinc } x$). Teoretycznie można by próbować dalej zmniejszać częstotliwość próbkowania. Należy jednak uważać - poniżej pewnej częstotliwości granicznej zaczniemy zatracać charakterystyczne piki, przez co wzrośnie średni błąd bezwzględny.
- Funkcją $\text{sinc } x$ dużo lepiej radzi sobie z przybliżaniem sygnału docelowego niż $e^{-\pi t^2}$. Zgadza się to z intuicją oraz wynikami Podzadania 1: schemat okresu sygnału EKG wskazuje, iż pik Q-R-S jest dość krótki, zaś dużą część sygnału zajmują pagórki (fazy P i T).

	sinc - MB	sinc - ŚB	e - MB	e - ŚB
A00001	2.32	0.62	30.68	10.83
A00002	2.56	0.73	25.47	9.98
A00003	40.41	6.77	84.35	15.45
A00004	8.47	1.60	85.93	38.31
A00005	15.68	4.23	71.82	21.77
A00006	15.17	2.70	85.08	11.57
A00007	3.51	1.04	11.02	1.93
A00008	20.73	5.18	100.67	33.27
A00009	20.85	4.72	119.10	34.24
A00010	34.53	4.88	134.23	41.11
A00011	15.60	2.24	68.40	13.22
A00012	2.04	0.62	17.20	7.46
A00013	87.11	15.52	406.90	36.86
A00014	11.18	2.28	21.88	4.96
A00015	5.33	0.94	16.78	3.84

Tabela 2: Błąd bezwzględny między sygnałem wejściowym a interpolacją. MB - maksymalny błąd bezwzględny, ŚB - średni błąd bezwzględny.

- Powyższe można również zauważyć na wykresach: sinc traci nieco dokładności przy pikach, ale ponieważ są one krótkie, nie wpływa to w znacznym stopniu na błąd średni (jedynie maksymalny). $e^{-\pi t^2}$ z kolei, przybliżając dobrze piki, traci dokładność na pozostałych przedziałach.
- Aby możliwie dokładnie badać sygnał EKG przy ograniczonej ilości pomiarów, można teoretycznie zastosować pomiar “hybrydowy” - przyjmując, że w danym przedziale czasu potrafimy dokładnie zmierzyć tętno, możemy skupić pomiar na pagórkach w poszukiwaniu szmerów. Dla fazy Q-R-S można by wykorzystać zboczne, które byłoby wyzwalane po pojawieniu się charakterystycznego “kolca” R.

Część 4. Dla każdego sygnału EKG spróbuję wyliczyć średni puls, na dwa sposoby:

- Zliczanie pików na wykresie - można to utożsamić z ciągłym pomiarem sygnału czujnikiem ze zboczem narastającym (funkcja `spike_count.m`, **metoda 1**),
- Zliczanie pików przez próbkowanie o różnych częstotliwościach i porównywanie bliskich wartości (**metoda 2**).

Wyniki cz. 4

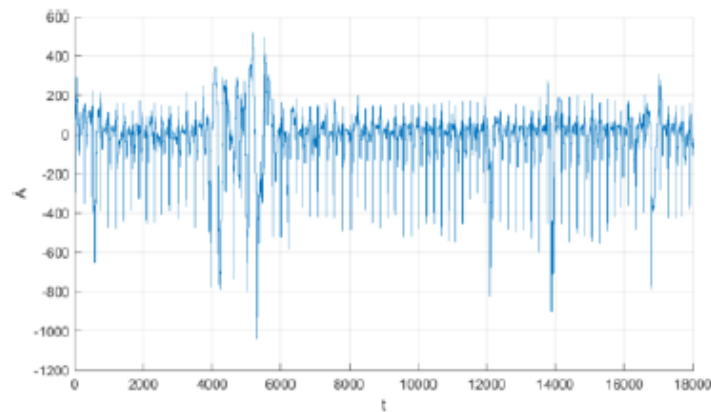
Umieszczone w Tabeli 3.

Wnioski cz. 4

	met.1, 600	met.1, 450	met.2, 250	met.2*, 250	met.2, 150
A00001	38	40	65	52	99
A00002	37	42	65	54	104
A00003	(-)	2	89	82	142
A00004	33	33	75	43	87
A00005	109	113	210	146	302
A00006	(-)	(-)	13	24	46
A00007	(-)	(-)	62	43	70
A00008	70	69	115	87	169
A00009	35	46	63	54	105
A00010	24	64	64	65	124
A00011	(-)	1	33	32	45
A00012	29	33	40	34	61
A00013	(-)	(-)	91	60	104
A00014	3	5	34	24	38
A00015	13	27	34	51	87

Tabela 3: Wykrywana liczba uderzeń w próbkach. W metodzie 2 zastosowano pomiar z częstotl. 100 Hz, w 2* - 50 Hz. Liczby oznaczają próg wykrywania uderzenia - więcej we wnioskach. (-) oznacza, że metoda zwróciła 0 uderzeń.

- Obie metody mają swoje ograniczenia - w przypadku “zbozca” musimy przyjąć pewien stały próg, względem którego będziemy szukać pików, zaś przy badaniu sygnału ze zmniejszoną częstotliwością próbkowania należy ustalić graniczną wartość różnicy dwóch kolejnych próbkowanych wartości, którą możemy zaliczyć jako jedno uderzenie.
- W obu metodach należałoby doświadczalnie wyznaczyć prawidłowy próg. Ustalenie globalnego, przesadnie niskiego progu może dać bardzo dużo fałszywie pozytywnych wyników, takich jak w metodzie 2(150) dla sygnału A00005 : 302 uderzeń (wynik niemożliwy, maksymalne tętno według CDC jest równe 220).
- Podczas porównania metod 2(250) oraz 2*(250) można zauważyć, że liczba wykrywanych uderzeń zauważalnie spada. Może to oznaczać np. nieprawidłowość przy próbkowaniu: istnieje szansa, iż rzadsze próbki “nie trafią” w piki, przez co uderzenie nie zostanie wykryte.
- Metoda 1 wielokrotnie zwraca 0 wykrytych uderzeń. Wynika to ze specyfiki zestawu danych: w jednych sygnałach piki mogą osiągać wartości 600, nawet 1000, zaś w pozostałych niekoniecznie (obraz (a)). Aby temu przeciwdziałać, można np. wykonać pomiary wartości na pikach “górnym” oraz “dolnym” i w oparciu o otrzymane wyniki ustawiać nasze zboczce, aby wykrywało wszystkie uderzenia.



(a) Metoda 1 - Przykład sygnału z niewykrytymi uderzeniami.

4 Wnioski końcowe

- Dla “podstawowych” typów sygnałów można próbować “w ciemno” określić, jaka metoda próbkowania/kwantyzacji/interpolacji da zadowalające rezultaty. Aby jednak z pewnością stwierdzić skuteczność danego algorytmu, trzeba wpięrow rozważyć jego wpływ na wartość próbek, po czym należy go dostroic bądź wybrać inny.
- Przydatne może być wytworzenie pewnych “sztucznych” danych testowych (własny obraz, jednowymiarowe sygnały geometryczne) - często pozwalają one na wstępną charakterystykę algorytmów i określenie ich skuteczności/przydatności.

5 Narzędzia, programy, źródła zewnętrzne

Badania nad kwantyzacją

Zdjęcia: 2,3,4 - pixabay.com

Teoria: wikipedia.org, wykłady i przykłady raportów.

Sygnał jednowymiarowy - próbkowanie i analiza

Schemat EKG: medicalexamprep.co.uk/wp-content/uploads/2016/02/PQRST.png

Sygnały EKG: physionet.org/content/challenge-2017/1.0.0/

Wykorzystane programy:

GIMP (gimp.org), MATLAB (mathworks.com)