

**Politechnika Warszawska
Instytut Radioelektroniki
Zakład Radiokomunikacji**

WIECZOROWE STUDIA ZAWODOWE

LABORATORIUM OBWODÓW I SYGNAŁÓW

Ćwiczenie nr 4

Stany nieustalone

opracował: dr inż. Wojciech Kazubski

Warszawa 2008

w3

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zbadanie zjawisk występujących w stanach nieustalonych w obwodach pierwszego rzędu (na przykładzie obwodu RC) i drugiego rzędu (na przykładzie obwodu RLC).

2. Wstęp

2.1. Właściwości elementów obwodów

a) Kondensator (pojemność)

Kondensator idealny stanowi przerwę w obwodzie prądu stałego, jednak stwierdzenie to dotyczy jedynie stanu ustalonego. W stanach nieustalonych prąd może przepływać przez kondensator, nawet jeśli w obwodzie są tylko źródła napięcia (prądu) stałego. Zachodzi wtedy ładowanie bądź rozładowywanie kondensatora. Kondensator gromadzi energię w polu elektrycznym. Ładunek Q zgromadzony w kondensatorze jest całką przepływającego prądu:

$$q(t) = \int i(t) dt + Q_0$$

Napięcie, do którego naładowany jest kondensator, jest proporcjonalne do zgromadzonego ładunku i odwrotnie proporcjonalne do jego pojemności C :

$$u = \frac{q}{C}$$

Z powyższych zależności można wyprowadzić równanie różniczkowe opisujące zachowanie się kondensatora w stanach nieustalonych (i nie tylko):

$$i = C \frac{du}{dt}$$

Jeśli przez kondensator zostanie wymuszony przepływ prądu o stałej wartości, to kondensator będzie ładował się w nieskończoność a napięcie na nim będzie narastać liniowo. Jeśli przez kondensator nie będzie przepływać prąd (obwód rozarty) to ładunek na kondensatorze nie będzie się zmieniać, a tym samym nie będzie zmieniać się napięcie, do którego jest naładowany.

b) Cewka indukcyjna (indukcyjność)

Cewka indukcyjna gromadzi energię w polu magnetycznym. Spadek napięcia na idealnej cewce indukcyjnej jest proporcjonalny do szybkości zmian przepływającego prądu:

$$u = L \frac{di}{dt}$$

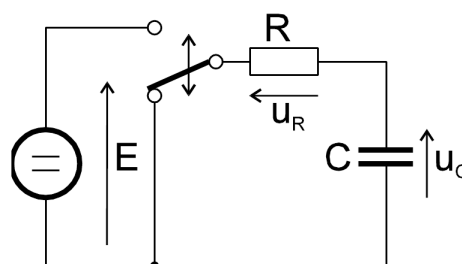
Współczynnik proporcjonalności jest nazywany indukcyjnością cewki. Z powyższej zależności wynika, że przy przepływie prądu o stałej wartości spadek napięcia na indukcyjności jest zerowy, natomiast jeśli do zacisków cewki zostanie przyłożone stałe napięcie zewnętrzne to prąd płynący przez nią będzie narastać liniowo.

c) Rezystor (rezystancja)

Rezystor nie gromadzi energii i w związku z tym prawo Ohma jest słuszne dla każdych warunków pracy, zarówno dla stanów ustalonych jak i nieustalonych.

2.2. Obwód rzędu pierwszego (RC)

Zjawiska występujące w obwodzie rzędu pierwszego zostaną przeanalizowane na modelowym obwodzie RC zawierającym szeregowo połączone rezystancję i pojemność, pokazanym na rys. 1. Do analizy przyjmujemy że w chwili poprzedzającej moment przełączenia klucza ($t < 0$) napięcie na okładkach kondensatora jest zerowe. W chwili $t = 0$ klucz zostaje przełączony i kondensator zaczyna się ładować prądem płynącym przez rezystor. Suma spadków napięć na obu elementach obwodu jest równa sile elektromotorycznej źródła napięcia:



Rysunek 1: Modelowy obwód RC

Suma spadków napięć na obu elementach obwodu jest równa sile elektromotorycznej źródła napięcia:

$$u_R + u_C = E$$

i po podstawieniu wyrażen na spadki napięć na rezystancji i prąd płynący przez pojemność:

$$u_R = Ri \quad i = C \frac{du_C}{dt}$$

uzyskuje się następujące równanie na spadek napięcia na kondensatorze:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

jest to równanie różniczkowe zwyczajne, liniowe, stopnia pierwszego, o stałych współczynnikach. Jego rozwiązaniem przy warunku początkowym $u_C|_{t=0} = 0$ jest:

$$u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Analogicznie można wyznaczyć spadek napięcia na rezystorze:

$$u_R = E - u_C = E e^{-\frac{t}{RC}}$$

oraz prąd w obwodzie:

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

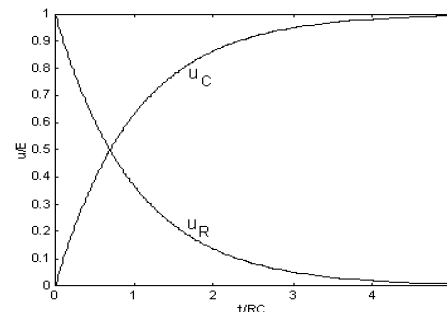
Wykresy napięć w obwodzie są przedstawione na rys. 2.

Analogiczne wyrażenia dla przypadku wyłączenia napięcia w obwodzie (od stanu ustalonego) są następujące:

$$u_C = -u_R = E e^{-\frac{t}{RC}}$$

W obu przypadkach dla $t \rightarrow \infty$ spadki napięć i prądy dążą asymptotycznie do pewnej wielkości odpowiadającej nowemu stanowi ustalonemu. Różnica między wartością chwilową napięcia (prądu) a wartością dla stanu ustalonego jest określana jako składowa przejściowa. Szybkość zbliżania się do stanu ustalonego jest odwrotnie proporcjonalna do iloczynu $RC = \tau$ nazywanego **stałą czasową**. Stałą tą można interpretować jako czas, po upływie którego składowe przejściowe maleją e-krotnie.

Ponieważ składowe przejściowe maleją asymptotycznie, to obwód nigdy nie osiągnie stanu ustalonego, jednak w praktyce przyjmuje się że stan ten zostanie osiągnięty jeżeli składowe przejściowe staną się dostatecznie małe, np 1%, 0,1% czy 0,01% wartości początkowej (zależnie od wymaganej dokładności).



Rysunek 2: Przebiegi napięć w obwodzie RC

2.3. Obwód rzędu drugiego (RLC)

W modelowym szeregowym obwodzie RLC, pokazanym na rys. 3, mamy:

$$u_R + u_L + u_C = E$$

podstawiając wyrażenia na spadki napięć na rezystancji i indukcyjności oraz wyrażenie na prąd płynący przez pojemność:

$$u_R = Ri \quad u = L \frac{di}{dt} \quad i = C \frac{du_C}{dt}$$

uzyskuje się równanie różniczkowe rzędu drugiego:

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Charakter rozwiązania takiego równania zależy od znaku wyznacznika $\Delta = (RC)^2 + 4LC$.

Możliwe są tu następujące przypadki:

a) $\Delta > 0$ czyli $R > 2\sqrt{L/C}$, wtedy rozwiązanie równania ma charakter aperiodyczny i przebiegi napięć na poszczególnych elementach wyrażają się wzorami:

$$u_C = E \left[1 + \frac{L}{Ra} \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_2} \right) \right]$$

$$u_L = E \frac{L}{Ra} \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1} \right)$$

$$u_R = E \frac{1}{a} \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

gdzie $a = \sqrt{1 - \frac{4L}{R^2C}}$, $\tau_1 = \frac{RC}{2}(1 + a)$, $\tau_2 = \frac{RC}{2}(1 - a)$.

Każde z powyższych napięć zawiera dwie składowe zanikające wykładniczo o różnych stałych czasu. Przykładowe przebiegi są pokazane na rysunku 4.

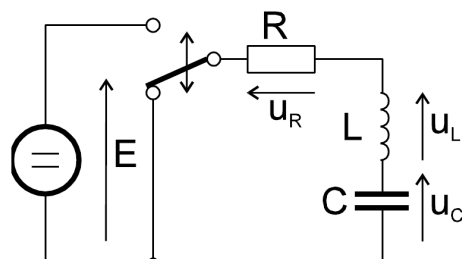
b) $\Delta < 0$ czyli $R < 2\sqrt{L/C}$, wtedy rozwiązanie równania ma charakter oscylacyjny (rys. 5) i przebiegi napięć na poszczególnych elementach wyrażają się wzorami:

$$u_C = E \left[1 - \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) \right]$$

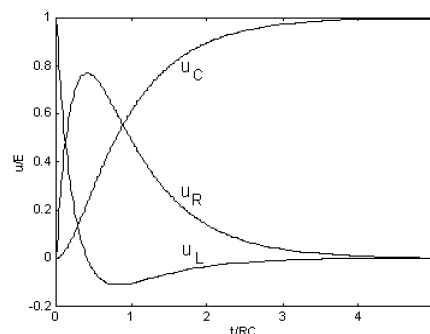
$$u_L = -E \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$u_R = E \frac{R}{L\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t$$

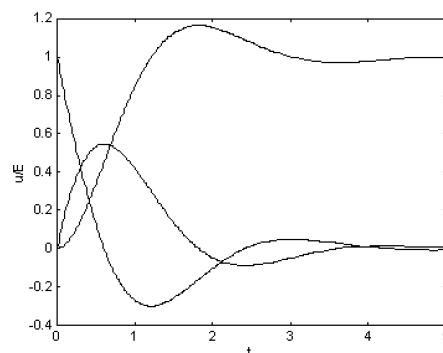
gdzie $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, $\varphi = \arctg \frac{\omega}{\alpha}$.



Rysunek 3: Modelowy obwód RLC



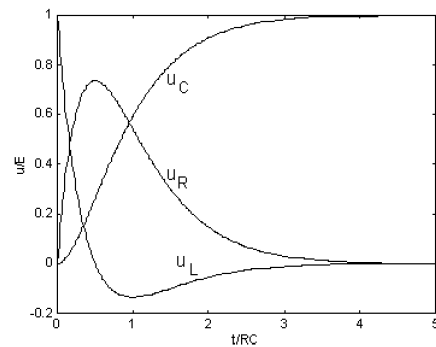
Rysunek 4: Przebiegi napięć w obwodzie RLC o odpowiedzi aperiodycznej



Rysunek 5: Przebiegi napięć w obwodzie RLC o odpowiedzi oscylacyjnej

Przebiegi te mają postać zanikających oscylacji o częstotliwości i tłumieniu tym mniejszym im mniejsza jest rezystancja w obwodzie (w stosunku do indukcyjności). W granicznym przypadku dla $R=0$ oscylacje nie są tłumione i mają stałą amplitudę oraz maksymalną częstotliwość równą ω_0 .

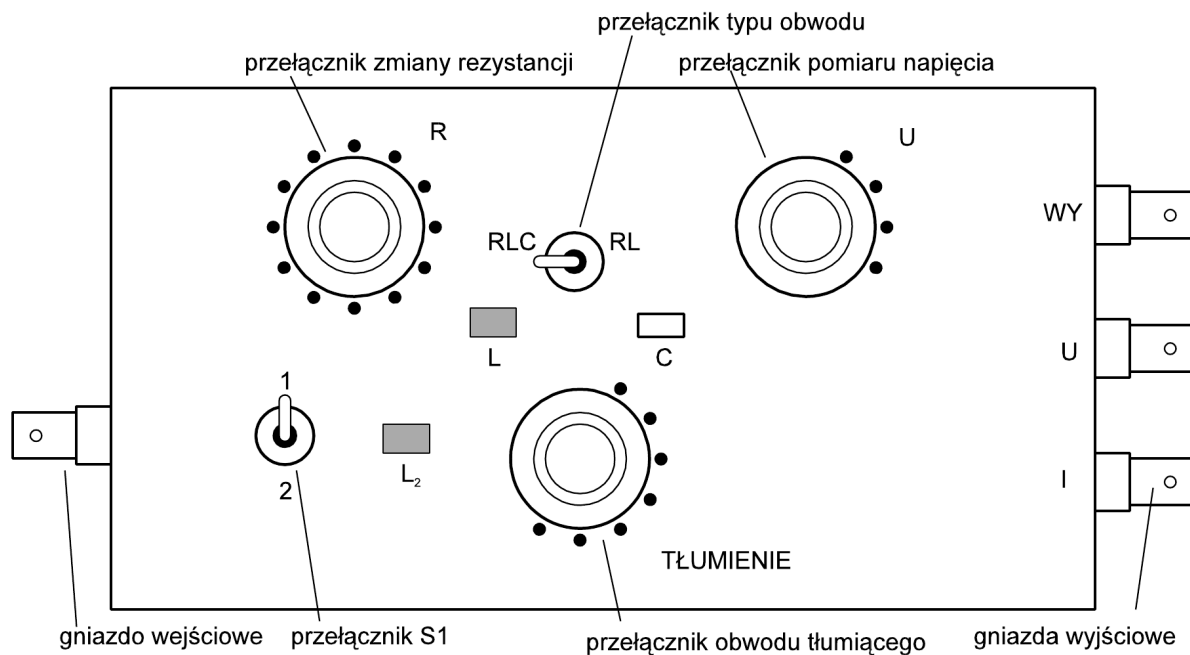
c) $\Delta = 0$ czyli $R = 2\sqrt{L/C}$ - jest to przypadek tłumienia krytycznego, graniczny pomiędzy opisanymi powyżej. Odpowiedź układu dla tłumienia krytycznego jest aperiodyczna. Przebiegi napięć na poszczególnych elementach (rys. 6) są zbliżone od obserwowanych w przypadku a).



Rysunek 6: Przebiegi napięć w obwodzie RLC o odpowiedzi tłumionej krytycznie

3. Opis płytki pomiarowej

Płytkę pomiarową CW3 zawiera układy niezbędne do przeprowadzenia dwóch eksperymentów. Pierwszy eksperyment polega na badaniu stanów nieustalonych wywołanych przełączeniem napięcia doprowadzonego do obwodu RC lub RLC. Drugi eksperyment umożliwia badanie stanów nieustalonych występujących wskutek przełączenia w obwodzie, w tym przypadku wyłączenia przepływu prądu przez indukcyjność. Przełączenie pomiędzy tymi eksperymentami odbywa się za pomocą przełącznika S1.



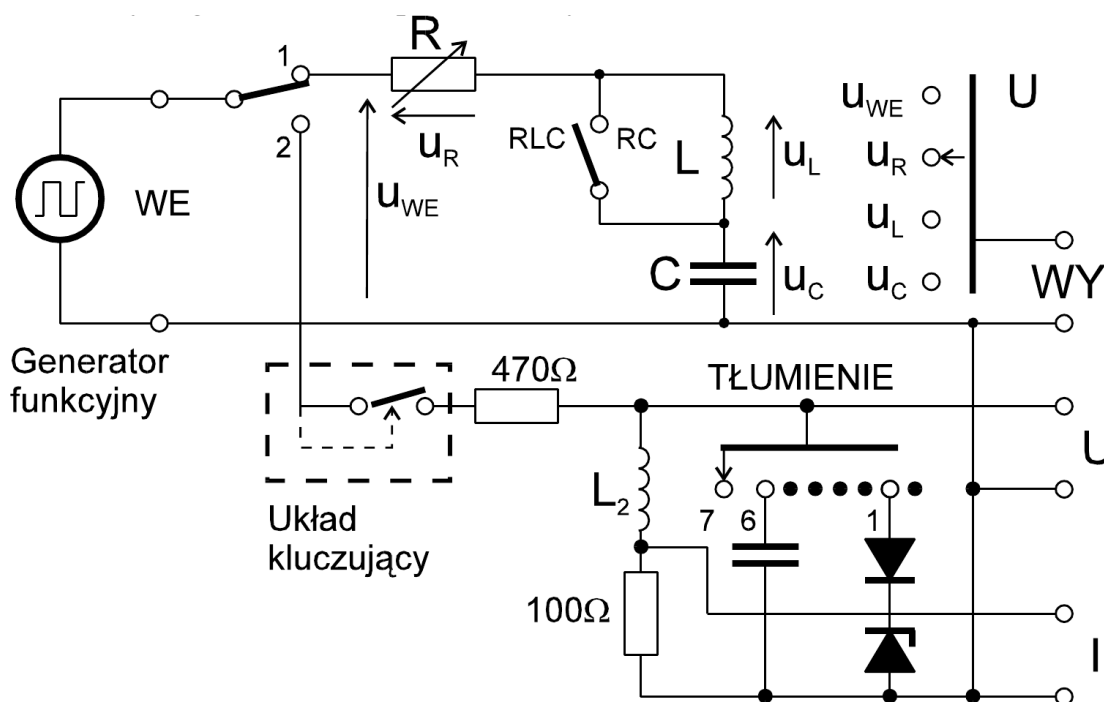
Rysunek 7: Płytkę pomiarową

Badany w pierwszym eksperymencie obwód RLC składa się z cewki o indukcyjności $82\text{mH} \pm 10\%$ i rezystancji własnej ok. 310Ω , kondensatora o pojemności $3.3\text{nF} \pm 10\%$ oraz skokowo zmiennej rezystancji zrealizowanej za pomocą zespołu rezystorów i przełącznika wielopozycyjnego "R". Wielkości rezystancji odpowiadające poszczególnym pozycjom przełącznika są podane w tabelicy 1. Przełączenie typu obwodu odbywa się za pomocą przełącznika zawierającego cewkę indukcyjną w położeniu "RC". Przełącznik pomiaru napięcia wyjściowego "U" umożliwia pomiar za pomocą oscyloskopu napięcia na wybranym

elemencie obwodu lub kontrolę napięcia wejściowego, pobudzającego badany układ. Oscyloskop jest dołączany do gniazda “WY”.

W drugim eksperymencie badany jest stan nieustalony (przebieg) występujący podczas nagłego wyłączenia prądu płynącego przez indukcyjność. Do badanej indukcyjności można dołączyć kilka obwodów tłumiących (zawierających kondensatory, obwody RC lub diody półprzewodnikowe - tablica 2) umożliwiającą tłumienie przebieg z różną skutecznością. W tym eksperymencie za pomocą oscyloskopu obserwuje się napięcie na indukcyjności (gniazdo “U”) i prąd przez nią płynący (gniazdo “I”).

Płytkę nie wymaga zasilania napięciem stałym.



Rysunek 8: Uproszczony schemat ideowy płytki pomiarowej

Tabela 1. Rezystancja dla różnych pozycji przełącznika “R”

Pozycja	Rezystancja	Pozycja	Rezystancja
1	220Ω	7	8.2kΩ
2	470Ω	8	10kΩ
3	1kΩ	9	12kΩ
4	2.2kΩ	10	14.8kΩ
5	4.6kΩ	11	22kΩ
6	6.7kΩ	12	47kΩ

Tabela 2. Układy tłumiące przepięcia

Pozycja	Element tłumiący
1	dioda Zenera $U_Z=24V$
2	dioda krzemowa $U_F=0.7V$
3	obwód szeregowy RC, $R = 2.2k\Omega$, $C= 100nF$
4	obwód szeregowy RC, $R = 6.8k\Omega$, $C= 10nF$
5	kondensator, $C= 33nF$
6	kondensator, $C= 3.3nF$

4. Zadania

Sprawozdanie oprócz wyników pomiarów powinno zawierać odpowiedzi na pytania (zagadnienia) wyróżnione kursywą. Do sprawozdania należy dołączyć rozwiązania zadań przeznaczonych do wykonania w domu.

Zadanie 1. Badanie obwodu RC

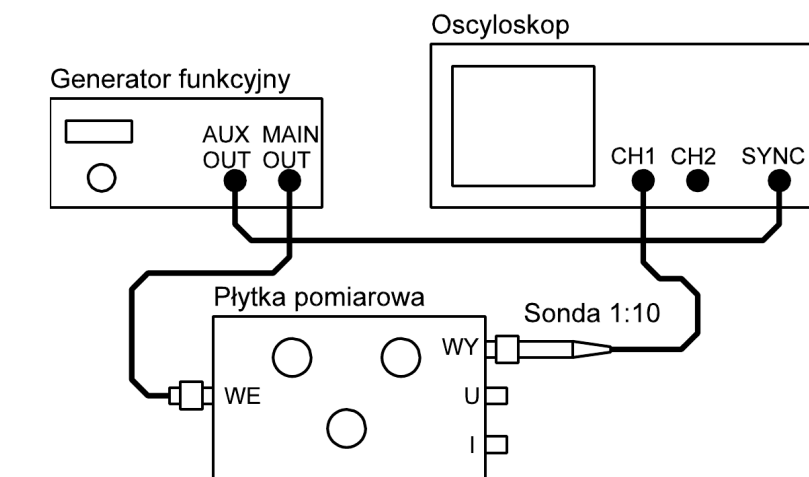
1.1. (do wykonania w domu)

1. Obliczyć napięcie na kondensatorze (w procentach wartości dla stanu ustalonego) dla chwil czasu $t=\tau$, 2τ , 3τ , 4τ , 5τ od momentu dołączenia napięcia.
2. Obliczyć, po jakim czasie napięcie na kondensatorze osiągnie odpowiednio 90%, 99% i 99.9% wielkości dla stanu ustalonego.

1.2. (do wykonania w laboratorium)

1. Połączyć układ pomiarowy zgodnie z rys. 9. W generatorze funkcyjnym ustawić przebieg wyjściowy prostokątny o wypełnieniu 50%, częstotliwość około 500Hz i maksymalną amplitudę napięcia wyjściowego. Przemiatanie ("SWEEP"), regulacja symetrii ("SYM"), modulacja amplitudy ("AMPLITUDE MODULATION")

powinny być wyłączone a pokrętko przesunięcia poziomu napięcia stałego na wyjściu



Rysunek 9: Układ pomiarowy do badania stanów nieustalonych w obwodach RC i RLC

("DC OFFSET") powinno być w położeniu neutralnym (zaskok). Przełącznik "S1" na płycie pomiarowej ustawić na pozycję 1, przełącznik trybu pracy płytki "RC/RLC" ustawić na pozycję RC a przełącznik pomiaru napięcia wyjściowego "U" ustawić na pozycję U_w. W oscyloskopie ustawić tryb pracy jednokanałowej (CH1) i zewnętrzną synchronizację podstawy czasu (EXT). Wyregulować podstawę czasu i czułość oscyloskopu tak aby móc obserwować jeden pełny okres sygnału z generatora.

2. Przełącznik pomiaru napięcia wyjściowego przestawić w pozycję U_c (pomiar napięcia na kondensatorze). Pokręcając przełącznikiem "R" zaobserwować wpływ zmian rezystancji w obwodzie na przebieg napięcia.

Czy kształt przebiegu napięcia na kondensatorze zależy od wielkości rezystancji w obwodzie?

3. Przełącznik rezystancji "R" ustawić na wybranej pozycji z zakresu 5...10 i naszkicować obserwowany kształt przebiegu napięcia na kondensatorze. Po przełączeniu przełącznika pomiaru napięcia wyjściowego na pozycję U_r dorysować kształt przebiegu napięcia na rezystancji.

1.3. (do wykonania w laboratorium)

1. Na podstawie odczytów z ekranu oscyloskopu określić stałą czasową obwodu τ oraz czas, po którym napięcie na kondensatorze osiągnie 90% wielkości dla stanu ustalonego.
Wskazówka: Przy tym pomiarze można tak zmienić czułość odchylenia oscyloskopu pokrętkiem "VAR", aby wysokość obrazu przebiegu na ekranie wynosiła np. 5 działek.

Porównać stosunek tych wielkości uzyskany z pomiaru z wielkością teoretyczną.

2. Zakładając podaną w tabeli wartość rezystancji obliczyć rzeczywistą pojemność kondensatora (może się ona nieco różnić od znamionowej ze względu na tolerancje produkcyjne elementów i dokładność pomiaru).

Zadanie 2. Badanie obwodu RLC

2.1. (do wykonania w domu)

Obliczyć częstotliwość rezonansową i rezystancję krytyczną dla obwodu o indukcyjności $L=82\text{mH}$ i pojemności $C=3.3\text{nF}$.

2.2. (do wykonania w laboratorium)

1. Przełącznik trybu pracy płytki pomiarowej przestawić na pozycję RLC, zmniejszyć rezystancję przełącznikiem "R" do wielkości, przy której obserwuje się wyraźne gasnące oscylacje.
2. Naszkicować przebiegi napięcia na kondensatorze (U_c), indukcyjności (U_l) oraz rezystancji (U_r).

2.3. (do wykonania w laboratorium)

Dla minimalnej rezystancji w obwodzie (przełącznik "R" na pozycji 1) określić częstotliwość drgań własnych obwodu. Wykorzystując znaną wcześniej (p. 1.3.2) wielkość pojemności, obliczyć rzeczywistą wielkość indukcyjności w obwodzie.

Porównać zmierzoną częstotliwość drgań własnych z obliczoną.

Jak częstotliwość drgań własnych zależy od tłumienia obwodu?

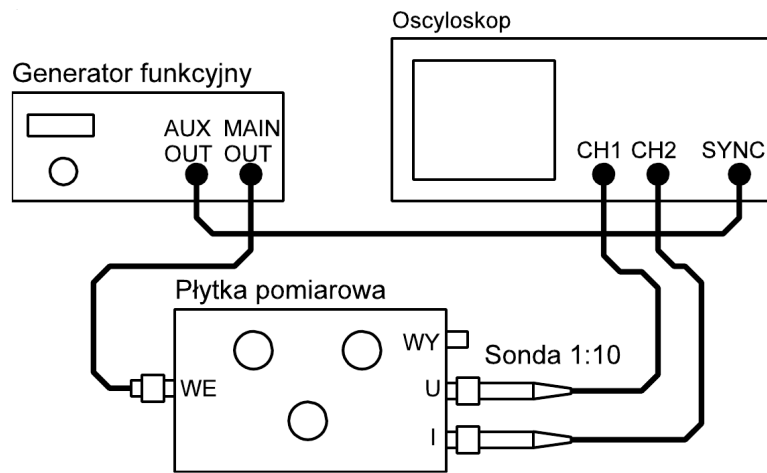
2.4. (do wykonania w laboratorium)

1. Zwiększać rezystancję w obwodzie aż do uzyskania tłumienia krytycznego (zanik oscylacji). Określić wielkość rezystancji krytycznej i porównać z wielkościami obliczonymi na podstawie: a) nominalnych b) zmierzonych wartości indukcyjności i pojemności w obwodzie.
2. Naszkicować przebiegi napięcia na kondensatorze (U_c), indukcyjności (U_l) oraz rezystancji (U_r).

Zadanie 3. Badanie stanów nieustalonych przy wyłączeniu prądu w indukcyjności

3.1. (do wykonania w laboratorium)

1. Układ pomiarowy połączyć zgodnie z rysunkiem 10. Przełącznik "S1" ustawić w położenie 2 a przełącznik "TŁUMIENIE" w położenie 7. Czułość oscyloskopu dobrać tak, aby można było obserwować wygodnie oba przebiegi. Naszkicować przebieg napięcia na indukcyjności w funkcji czasu. Oszacować szczytową wielkość napięcia i czas trwania stanu nieustalonego.



Rysunek 10: Układ do badania stanów nieustalonych przy wyłączeniu prądu w indukcyjności

2. Przełącznik "TŁUMIENIE" przestawiać kolejno w pozycje 6 .. 1 i zaobserwować (naszkicować) przebiegi napięcia dla różnych układów tłumiących. Określić szczytowe wielkości napięć i czasy trwania stanów nieustalonych.

Czy istnieje zależność pomiędzy amplitudą stanu nieustalonego a czasem jego trwania?

Porównać skuteczność tłumienia stanów nieustalonych kondensatorem i obwodem RC.