Przykładowe zadania na kolokwium 2 – ASiSP

semestr letni 2019

1. FILTRACJA FOURIEROWSKA

1.1 Sygnał $x(t) = Sa(4\pi t)$ został podany na wejście filtru idealnego BP o wzmocnieniu $K = 1$, częstotliwości środkowej $fc = 1$ i paśmie przepustowym o szerokości $B = 1$. Wyznacz postać sygnału $y(t)$ na wyjściu filtru oraz narysuj jego widmo. Oblicz energie sygnałów $x(t)$ oraz $y(t)$.

1.2 Sygnał $x(t) = 2 \cdot Sa(t)\cos(3t)$ podano na wejście idealnego filtru HP o wzmocnieniu w paśmie przepustowym równym 2. Jaka musi być pulsacja graniczna filtru, aby energia sygnału $y(t)$ na wyjściu filtru stanowiła 50% energii sygnału wejściowego?

1.3 Sygnał prostokątny parzysty unipolarny $x(t) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t-8n}{4}\right)$ został podany na wejście filtru idealnego, w wyniku czego na wyjściu pojawił się sygnał $y(t) = \frac{1}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$. Narysuj wykres sygnału $x(t)$ i wyznacz jego widmo. Dobierz typ filtru oraz podaj wartości jego parametrów.

1.4 Sygnał $x(t) = sgn[\cos(2\pi t)]$ przepuszczono przez filtr idealny o charakterystyce $H(f) = 1\ dla\ |f| \le \frac{3}{2}\ i\ H(f) = 0\ dla\ |f| > \frac{3}{2}$. Wyznacz i naszkicuj sygnał $y(t)$ na wyjściu filtru.

1.5 Dana jest odpowiedź jednostkowa filtru: $k(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-2t}) \cdot 1(t)$. Wyznacz odpowiedź impulsową $h(t)$ i charakterystykę częstotliwościową $H(\omega)$. Naszkicuj wykres charakterystyki amplitudowej $A(\omega)$. Ile wynosi pasmo 3-decybelowe tego filtru? Jaka będzie odpowiedź na pobudzenie $x(t) = \frac{1}{2}, t \in R$? Wyznacz równanie „wejście-wyjście" systemu i narysuj schemat blokowy.

1.6 Odpowiedzią pewnego systemu LS na pobudzenie $x(t) = (e^{-t} + e^{-3t}) \cdot \mathbf{1}(t)$ jest $y(t) = 2(e^{-t} - e^{-4t}) \cdot \mathbf{1}(t)$. Wyznacz charakterystykę częstotliwościową $H(\omega)$ oraz odpowiedź impulsową $h(t)$. Napisz równanie różniczkowe wiążące sygnał wejściowy $x(t)$ z sygnałem wyjściowym $y(t)$. Zaproponuj schemat blokowy.

2. PRÓBKOWANIE

2.1 (a) Rozpatrzmy sygnał $x(t)$ o widmie $X(f) = \wedge\left(\frac{f}{2}\right)$ próbkowany idealnie z częstotliwością $f_s = 3$ Hz . Wyznacz i narysuj widmo sygnału spróbkowanego. Określ wartość częstotliwości Nyquista.

(b) Rozpatrzmy sygnał $x(t)$ o widmie $X(f) = \prod\left(\frac{f}{4}\right)$ próbkowany idealnie z częstotliwością $f_s = 3$ Hz . Wyznacz i narysuj widmo sygnału spróbkowanego. Określ wartość częstotliwości Nyquista.

2.2 Sygnał $x(t) = Sa(\pi t)$ jest próbkowany z częstotliwością 2 Hz, a następnie podany na wejście filtru idealnego o odpowiedzi impulsowej $h(t) = Sa(2\pi t)\cos(4\pi t)$. Narysuj widmo sygnału spróbkowanego $X_s(f)$ oraz wyznacz postać sygnału $y(t)$ na wyjściu filtru.

2.3 Dany jest sygnał $x(t) = 100Sa^2(100\pi t)$ o widmie $X(\omega)$. Sygnał ten został spróbkowany idealnie z częstotliwością 150 Hz, w wyniku czego otrzymano sygnał $g(t)$ o widmie $G(\omega)$. Narysuj widmo $G(\omega)$ oraz wyznacz maksymalną wartość ω_0, dla której spełniony jest warunek: $G(\omega) = 150X(\omega)\ dla\ |\omega| \le \omega_0$.

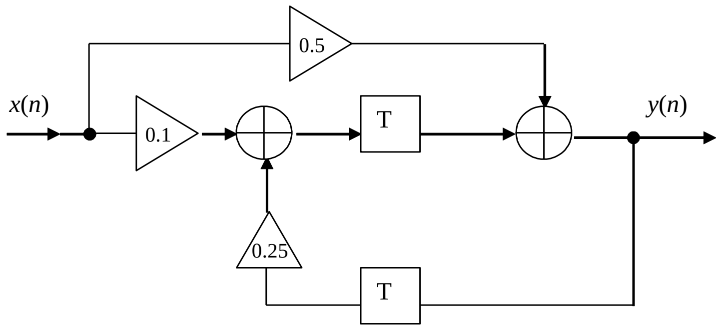
2.4 Na wejście idealnego układu próbkująco-filtrującego podano sygnał analogowy $x(t)$ o widmie $X(f) = 2 \cdot \delta(f + 40) - \delta(f + 20) - \delta(f - 20) + 2 \cdot \delta(f - 40)$. Sygnał $x(t)$ jest próbkowany z częstotliwością $f_s = 80$ Hz , a następnie filtrowany filtrem idealnym LP o wzmocnieniu $1/f_s$ i częstotliwości granicznej 50 Hz. Wyznacz postać sygnału $x(t)$. Wyznacz i narysuj widmo sygnału spróbkowanego. Wyznacz i narysuj widmo sygnału na wyjściu filtru. Podaj postać sygnału wyjściowego.

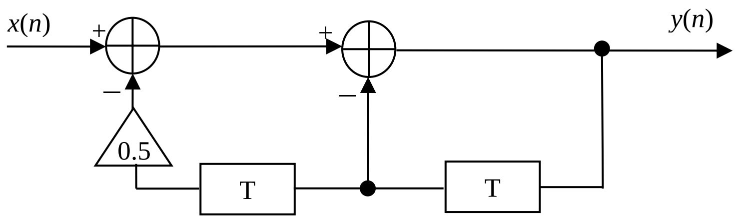
2.5 Sygnał kosinusoidalny o częstotliwości $f_0 = 3.4\,kHz$ i amplitudzie 1 V został spróbkowany idealnie z częstotliwością $f_s = 6\,kHz$, a następnie podany na wejście idealnego filtru LP o częstotliwości granicznej równej: (a) 3 kHz, (b) 4 kHz. Wyznacz sygnał wyjściowy dla obu przypadków.

2.6 Sygnał $x(t) = 2\cos(\pi t) - \cos(4\pi t)$ został spróbkowany idealnie z częstotliwością: (i) $f_s = 5\,kHz$, (ii) $f_s = 3\,kHz$, a następnie podany na wejście idealnego filtru LP o częstotliwości granicznej 1.5 Hz i wzmocnieniu 1. Narysuj widmo sygnału spróbkowanego i wyznacz sygnał na wyjściu filtru dla obu schematów próbkowania. Jaka jest częstotliwość Nyquista sygnału $x(t)$?

3. FILTRY CYFROWE

3.1 Na rysunku pokazano schematy blokowe dwóch systemów LS czasu dyskretnego. Sformułuj równania różnicowe opisujące te systemy. Dla każdego z nich wyznacz transmitancję $H(z)$ oraz odpowiedź impulsową $h(n)$.





3.2 Kierując się zasadą minimalizacji liczby bloków elementarnych, narysuj schemat blokowy systemu LS czasu dyskretnego o równaniu „wejście-wyjście": $y(n) - \frac{1}{4}y(n-2) = x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$. Wyznacz transmitancję $H(z)$ oraz odpowiedź impulsową $h(n)$.

3.3 Dany jest system S (LS) czasu dyskretnego będący połączeniem szeregowym dwóch systemów S1 i S2 o równaniach:

$$\text{S1: } y_1(n) = x_1(n) + \frac{1}{4}x_1(n-1)$$

$$\text{S2: } y_2(n) = x_2(n) - \frac{1}{2}y_2(n-1),$$

gdzie $x_1(n)$ i $x_2(n)$ są sygnałami wejściowymi systemów S1 i S2, natomiast $y_1(n)$ i $y_2(n)$ są odpowiedziami tych systemów. (a) Pokazać, że równanie systemu S daje się zapisać w postaci: $y(n) = -ay(n-1) + b_0x(n) + b_1x(n-1)$, gdzie $x(n)$ jest sygnałem wejściowym, $y(n)$ – wyjściowym. Wyznacz wartości stałych a, b_0 i b_1. (b) Narysuj schematy blokowe systemów S1, S2 i S. (c) Wyznacz i narysuj wykres odpowiedzi impulsowej $h(n)$ systemu S.

3.4 Transmitancja systemu LS czasu dyskretnego jest równa $H(z) = \frac{1-1{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}$. Zaproponuj schemat blokowy w postaci połączenia szeregowego i równoległego dwóch różnych bloków złożonych. Wyznacz odpowiedź impulsową $h(n)$.

3.5 System przyczynowy czasu dyskretnego jest opisywany równaniem różnicowym: $y(n) - \frac{1}{4}y(n-2) = x(n-2) - \frac{1}{4}x(n)$. Wyznacz transmitancję $H(z)$ systemu. Wyznacz i naszkicuj jego charakterystykę amplitudową. Narysuj schemat blokowy.

3.6 Dana jest transmitancja systemu LS czasu dyskretnego $H(z) = \frac{2}{4-z^{-2}}$. Wyznacz równanie różnicowe wiążące sygnał wejściowy $x(n)$ z wyjściowym $y(n)$. Narysuj schemat blokowy systemu. Wyznacz odpowiedź impulsową $h(n)$. Wyznacz i naszkicuj charakterystykę amplitudową.

3.7 Dany jest system LS czasu dyskretnego o odpowiedzi impulsowej takiej, że: $h(0) = 1,\ h(1) = 0, h(2) = 2, h(n) = 0$ dla pozostałych n. Wyznacz transmitancję $H(z)$. Napisz równanie „wejście-wyjście" wiążące pobudzenie $x(n)$ z odpowiedzią $y(n)$. Narysuj schemat blokowy systemu. Wyznacz i naszkicuj charakterystykę amplitudową $|H(e^{j\Omega})|$ w przedziale $\Omega \in [-\pi, \pi]$.