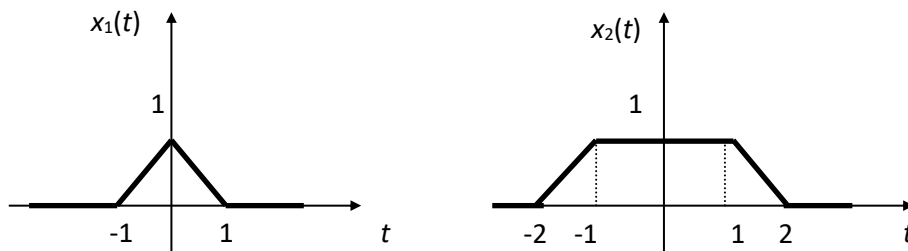


# Przykładowe zadania na kolokwium 1 – ASiSP

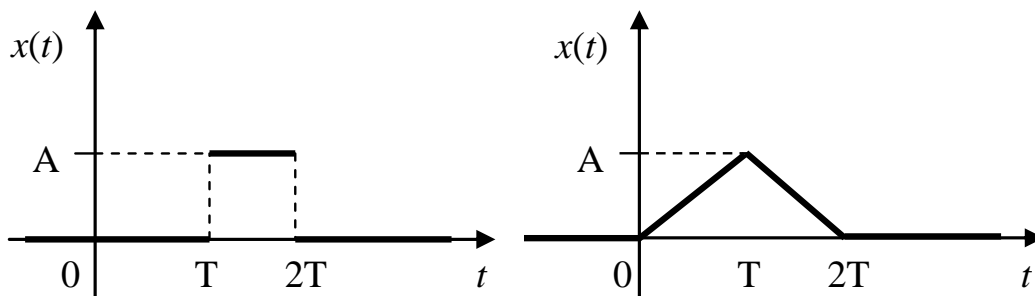
## semestr letni 2019

### Parametry i operacje na sygnałach

1. Dany jest sygnał postaci:  $x(t) = [\mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t - 1)] \cdot |\cos(4\pi t)|$ . Naskicuj wykres sygnału  $x(t)$ . Czy jest to sygnał o skończonej energii, czy o skończonej mocy? Oblicz energię/moc oraz wartość średnią tego sygnału.
2. Narysuj wykresy następujących sygnałów: (a)  $x(t) = \Lambda(t)$ , (b)  $y(t) = 2 \sum_{n \in \mathbb{Z}} x(t - 4n)$ , gdzie  $x(t)$  jest sygnałem z pkt. a). Czy są to sygnały o ograniczonej energii czy mocy? Wyznacz ich moc/energię oraz oblicz wartość średnią.
3. Dany jest sygnał  $x(t) = \Pi\left(\frac{t - \pi/2}{2\pi}\right) \sin(2t)$ . Sygnał  $x(t)$  powielono okresowo z okresem  $T_0 = 3\pi$  otrzymując sygnał  $y(t)$ . Naskicuj wykres sygnału  $y(t)$ . Czy jest to sygnał o skończonej energii, czy o skończonej mocy - odpowiedź uzasadnij. Oblicz energię/moc oraz wartość średnią tego sygnału.
4. Przedstaw poniższe sygnały jako liniowe kombinacje sygnałów  $\mathbf{1}(t)$  i  $r(t)$ . Czy są to sygnały o skończonej energii/mocy? Wyznacz ich energię/moc oraz wartość średnią.



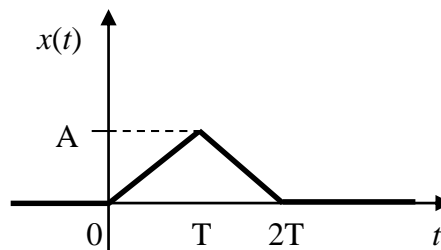
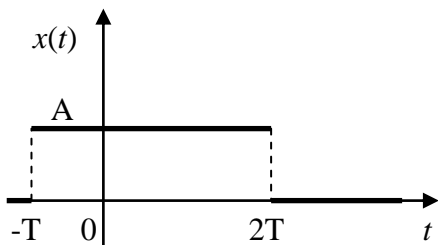
5. Wyznacz i narysuj wykres funkcji autokorelacji impulsów pokazanych na rysunku oraz oblicz ich energię (Uwaga: można zastosować metodę graficzną lub wykorzystać tw. Wienera-Chinczyzna).



6. Wyznacz składowe: parzystą i nieparzystą następujących sygnałów:

- a)  $x(t) = e^{-\alpha t} \cdot \mathbf{1}(t)$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ , b)  $x(t) = e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_0 t) \mathbf{1}(t)$ ,  $\alpha, \omega_0 \in \mathbb{R}^+$ , c)  $x(t) = A \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{4}\right)$ ,  $\omega_0 \in \mathbb{R}^+$ , d)  $x(t) = (1 - e^{-\alpha t}) \cdot \mathbf{1}(t)$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ . W każdym przypadku sprawdź, czy składowe te są ortogonalne i że suma ich energii/mocy równa jest całkowitej energii/mocy sygnału  $x(t)$ .

7. Wyznacz i narysuj autosplot impulsów pokazanych na rysunku. (Uwaga: można zastosować metodę graficzną lub wykorzystać tw. o transformacie Fouriera splotu)



**8.** Zad 1.16/29 (Zbiór zadań z teorii sygnałów i teorii informacji” – praca zbiorowa pod redakcją J. Szabatina, OWPW, Warszawa 2003) – funkcja korelacji wzajemnej.

**9.** Zad 1.18/31 (Zbiór zadań z teorii sygnałów i teorii informacji” – praca zbiorowa pod redakcją J. Szabatina, OWPW, Warszawa 2003) – funkcja korelacji wzajemnej.

## Szereg i transformata Fouriera

**10.** Dane są sygnały:

$$x_1(t) = 1 + \sin(\pi t) - \cos(\pi t) + \sin^2(\pi t), \quad x_2(t) = 2\sin(2\pi t) - \cos(2.1\pi t), \quad x_3(t) = \cos\frac{2}{5}t + \sin\frac{1}{7}t,$$

$x_4(t) = \left\{ 1 + 2\sin\left[2\pi\left(t - \frac{1}{4}\right)\right] \right\}^2$ . Dla każdego z sygnałów: wyznacz częstotliwość podstawową; trygonometryczny i zespolony szereg Fouriera; naszkicuj widmo amplitudowe i fazowe i oblicz moc średnią za okres.

**11.** Dany jest sygnał:  $x(t) = 2 + 3\cos(20\pi t) - 0.5\sin(30\pi t)$ . Wyznacz okres podstawowy  $T_0$  i częstotliwość podstawową  $f_0$ . Rozwiń  $x(t)$  w trygonometryczny szereg Fouriera postaci:  $x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t + \varphi_n)$ . Podaj wartości współczynników  $A_n$ . Przedstaw  $x(t)$  w postaci zespolonego szeregu Fouriera:  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t}$ . Podaj wartości współczynników  $c_n$ . Narysuj wykresy dwustronnego widma amplitudowego, fazowego i mocy. Oblicz moc sygnału w paśmie  $[-3f_0, 3f_0]$ .

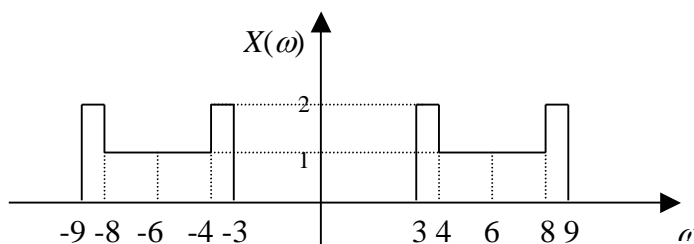
**12.** Dany jest sygnał  $x(t) = \frac{1}{\pi} \left[ 2\text{Sa}(2t) - \frac{3}{4}\text{Sa}\left(\frac{3}{2}t\right) \right] \cos(\omega_0 t)$ , gdzie  $\omega_0 = 5$  rad/s. Wyznacz i naszkicuj widmo amplitudowe tego sygnału. Oblicz energię tego sygnału.

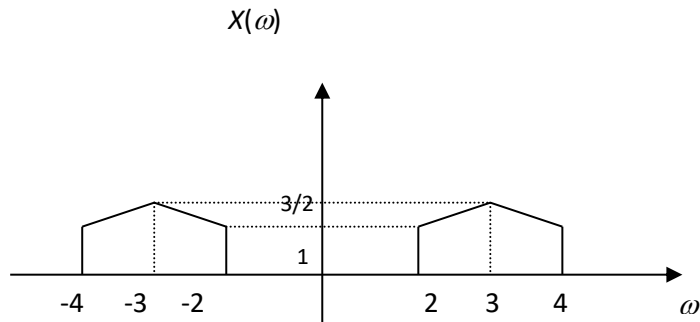
**13.** Dany jest sygnał  $y(t) = [x(t) + x(2t)] \cos(2\pi f_0 t)$ , gdzie  $x(t) = \text{Sa}(t)$ . Wyznacz i narysuj widmo tego sygnału. Jaka musi być minimalna częstotliwość  $f_0$ , aby składowe widma sygnału  $y(t)$  na częstotliwościach dodatnich i ujemnych nie zachodziły na siebie?

**14.** Dany jest sygnał  $x_1(t) = x(t + \tau/2) - x(t - \tau/2)$ , gdzie  $x(t) = 1(t + \tau/2) - 1(t - \tau/2)$ . Naszkicuj sygnały  $x(t)$  oraz  $x_1(t)$ . Wyznacz transformatę Fouriera sygnału  $x_1(t)$  oraz naszkicuj wykresy widma amplitudowego i fazowego.

**15.** Sygnał  $x(t)$  ma widmo  $X(\omega) = \text{Sa}\left(\frac{3}{2}\omega - \frac{3}{2}\pi\right) + \text{Sa}\left(\frac{3}{2}\omega + \frac{3}{2}\pi\right)$ . Wyznacz i narysuj wykres sygnału  $x(t)$ . Czy jest to sygnał energii czy mocy? – odpowiedź uzasadnij obliczając odpowiedni parametr. Oblicz wartość średnią.

**16.** Na rysunkach przedstawiono widma  $X(\omega)$  dwóch sygnałów czasu ciągłego  $x(t)$ . Zapisz widma  $X(\omega)$  w postaci wzoru analitycznego. Wyznacz postać analityczną sygnałów  $x(t)$ . Oblicz energie sygnałów  $x(t)$ .





**17.** Korzystając z twierdzenia o transformacie Fouriera splotu, wyznacz splot sygnałów  $y(t) = x_1(t) * x_2(t)$ , gdzie  $x_1(t) = \Pi\left(\frac{t}{2}\right)$ ,  $x_2(t) = 2\Pi\left(\frac{t-2}{2}\right)$ . Narysuj wykresy sygnałów:  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  oraz  $y(t)$ .

**18.** Narysuj wykresy czasowe oraz wyznacz i narysuj w zakresie  $[-3f_0, 3f_0]$  dwustronne widma amplitudowe i fazowe sygnałów:  $y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-4n)$  dla przypadków: a)  $x(t) = \Lambda(t-1)$ , b)  $x(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right)$ .  $f_0$  oznacza częstotliwość podstawową sygnału okresowego.

**19.** Dane są dwa sygnały:  $x_1(t) = \sqrt{2a_1} \cdot e^{-a_1 t} \cdot \mathbf{1}(t)$ ,  $x_2(t) = \sqrt{2a_2} \cdot e^{-a_2 t} \cdot \mathbf{1}(t)$ ,  $a_1 > a_2 > 0$ .

Wyznacz i porównaj energie sygnałów  $x_1(t)$  i  $x_2(t)$ . Wyznacz i naszkicuj ich widma gęstości energii. Który z sygnałów będzie potrzebował szerszego pasma do transmisji? *Uwaga:* Przez pasmo sygnału rozumie się przedział częstotliwości, w którym zawarte jest co najmniej 90% całkowitej energii sygnału.