

ANALIZA SYGNAŁÓW I SYSTEMÓW W PRAKTYCE

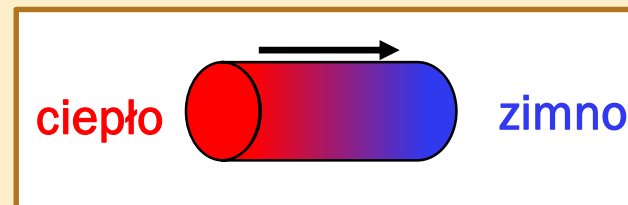
Szereg Fouriera

Kajetana Snopek

JEAN-BAPTISTE-JOSEPH FOURIER

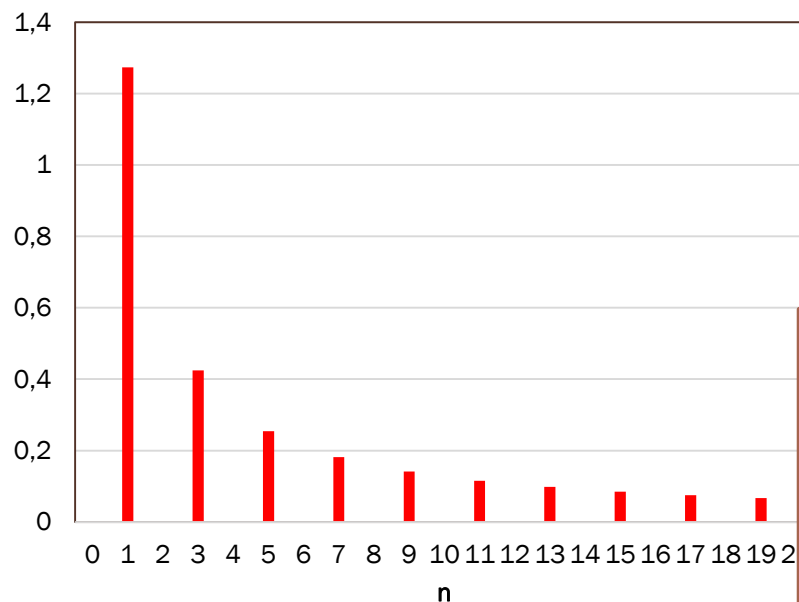


- Wybitny francuski matematyk, fizyk i egiptolog
- Obszary zainteresowań: rachunek całkowy, teoria funkcji, równania różniczkowe, fizyka matematyczna
- „*Théorie analytique de la chaleur*”(1822) - nieskończony szereg funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań przewodnictwa ciepła („*Głębokie studium natury jest najbardziej płodnym źródłem matematycznych odkryć*”)

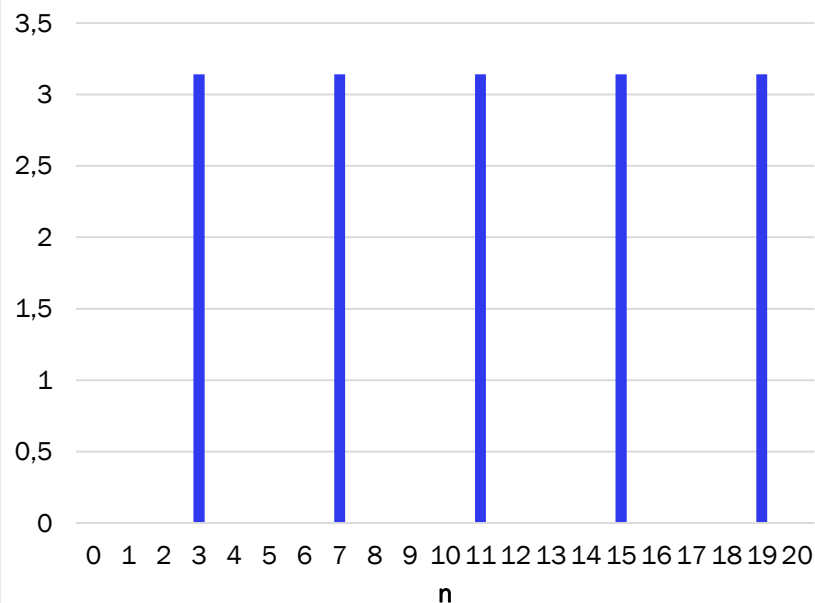


WIDMO FALI PROSTOKĄTNEJ ($d=1/2$)

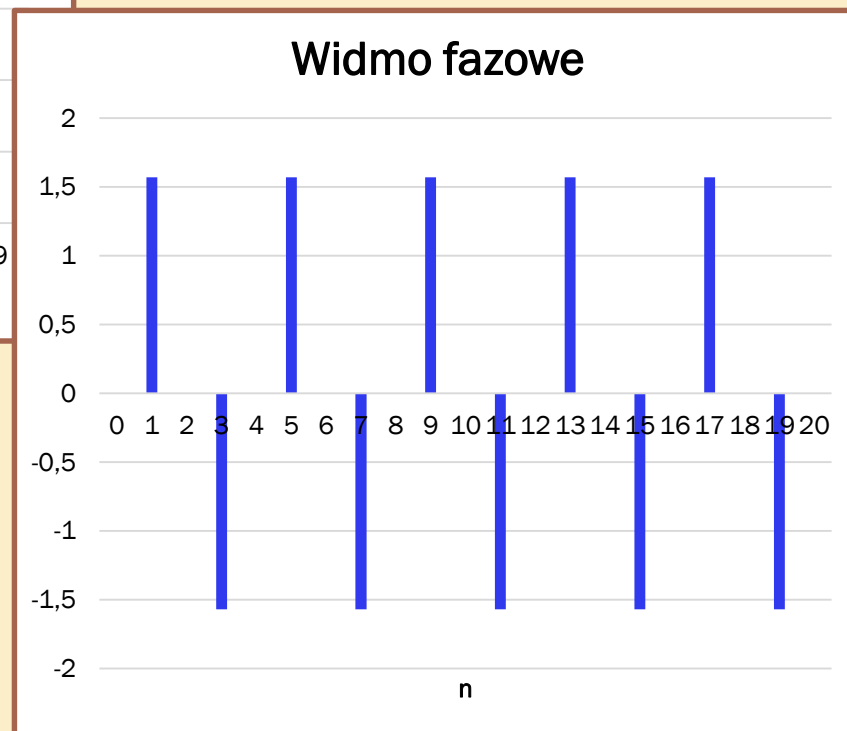
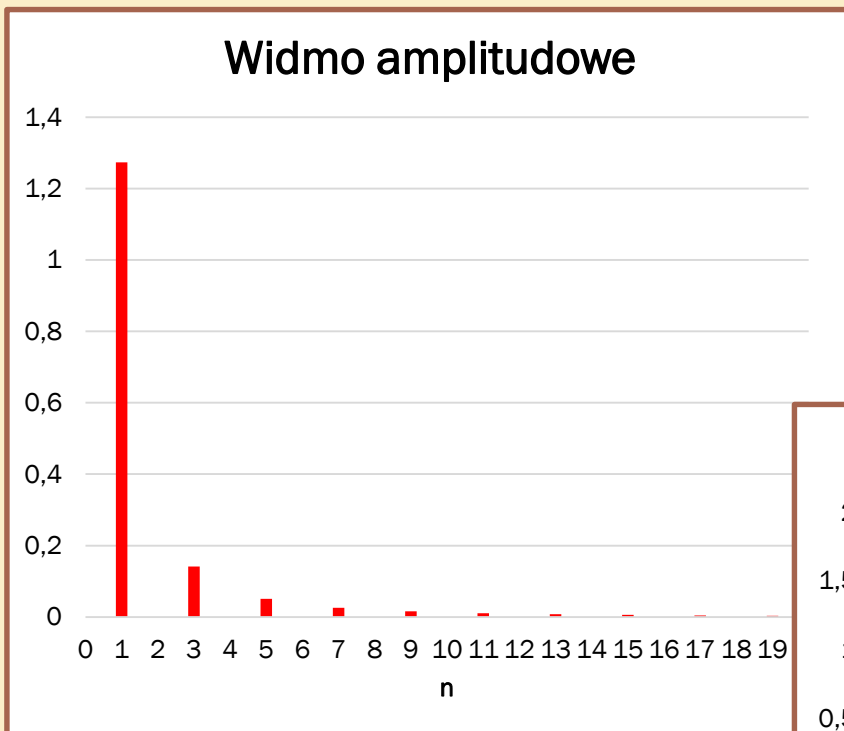
Widmo amplitudowe



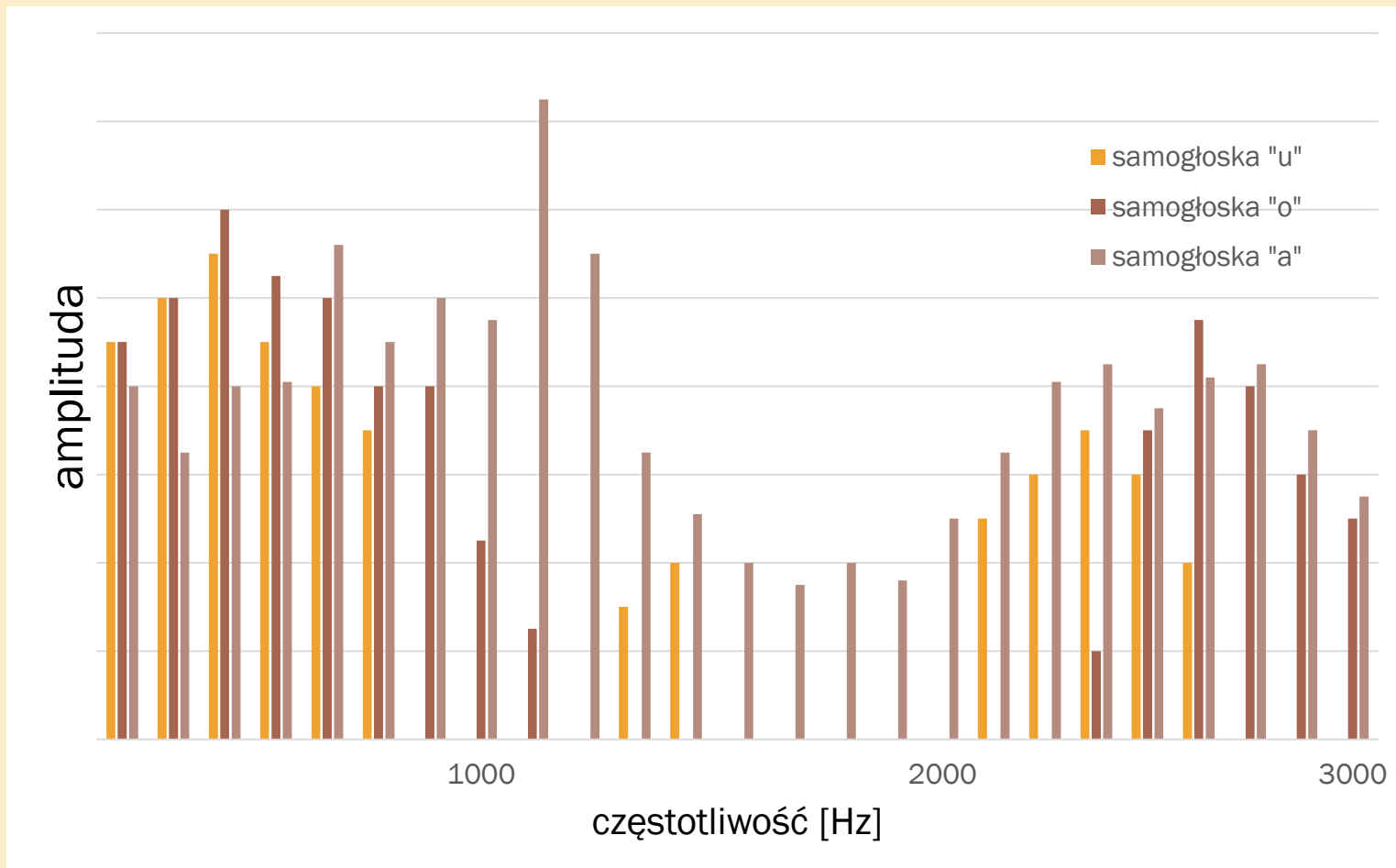
Widmo fazowe



WIDMO FALI TRÓJKĄTNEJ ($d=1/2$)



WIDMA SAMOGŁÓSEK W JĘZYKU POLSKIM



WSPÓŁCZYNNIKI CHARAKTERYZUJĄCE SYGNAŁY OKRESOWE NIESINUSOIDLANE

- Współczynnik odkształcenia (dla sin: $k = 1$)

$$k = \frac{A_{1sk}}{\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^2}{2}}} = \frac{A_{1sk}}{\sqrt{A_0^2 + A_{1sk}^2 + A_{2sk}^2 \dots}}$$

- Współczynnik zawartości k -tej harmonicznej

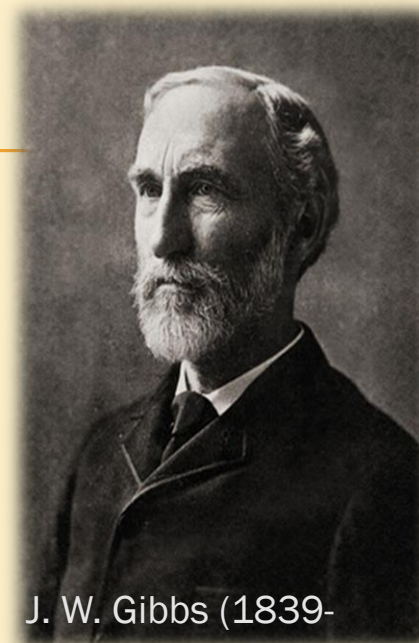
$$\eta_k = \frac{A_{ksk}}{\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^2}{2}}}$$

- Współczynnik zawartości harmonicznych

$$h = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{A_n^2}{2}}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^2}{2}}} = \frac{\sqrt{A_{2sk}^2 + A_{3sk}^2 \dots}}{\sqrt{A_{1sk}^2 + A_{2sk}^2 + A_{3sk}^2 \dots}}$$

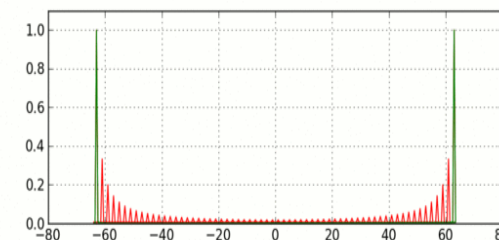
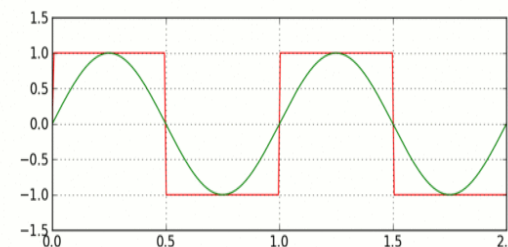
EFEKT GIBBSA

- 1848 - odkryty przez **Henry'ego Wilbrahama**, który w wieku 22 lat opublikował na ten temat pracę niezauważoną przez środowisko matematyczne
- 1898 - **Albert Abraham Michelson** - skonstruował urządzenie do syntezy fourierowskiej, w którym zaobserwował ten efekt tłumacząc go błędem maszyny
- **1899 - Josiah Willard Gibbs** - opublikowany dowód matematyczny dotyczący natury tego efektu



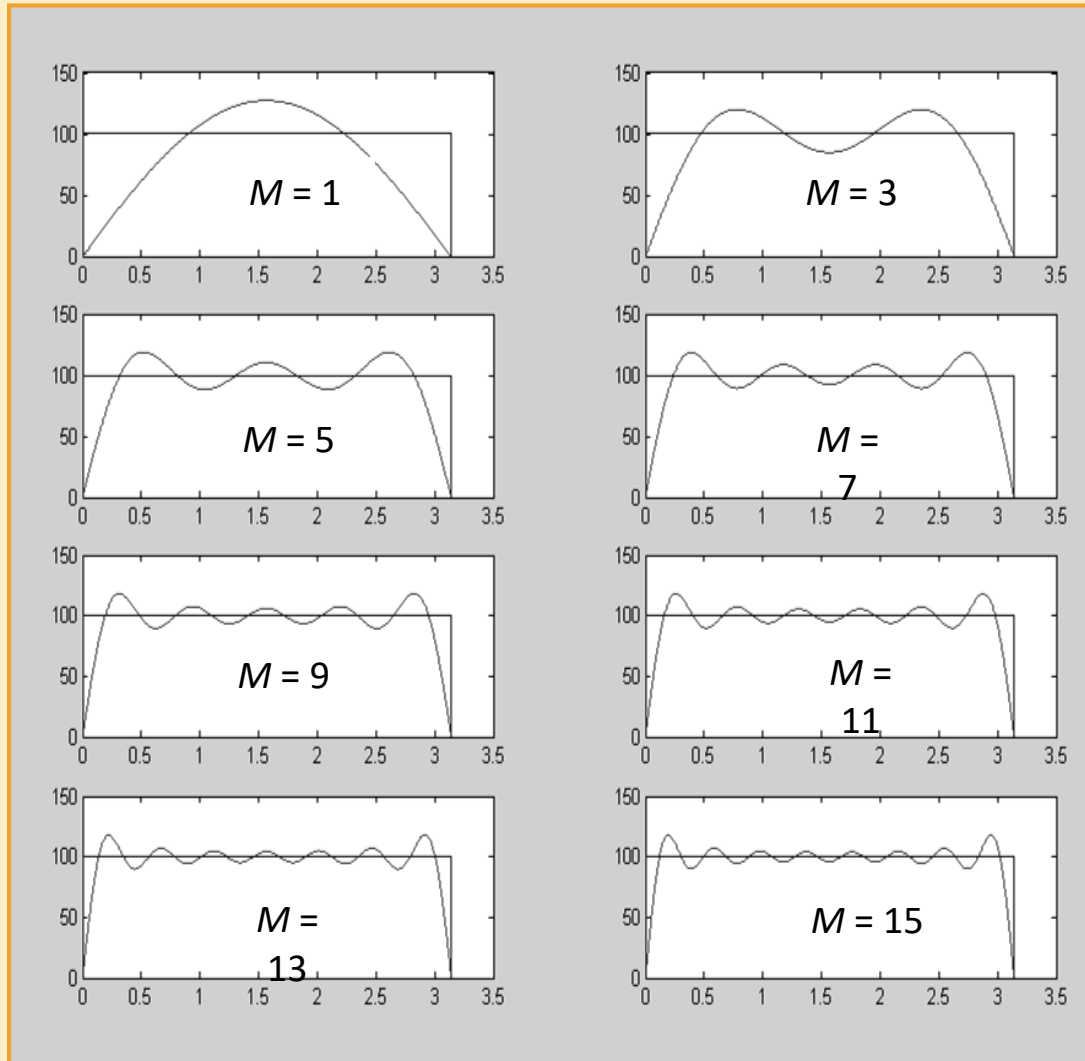
J. W. Gibbs (1839-1903)

Źródło: en.wikipedia.org

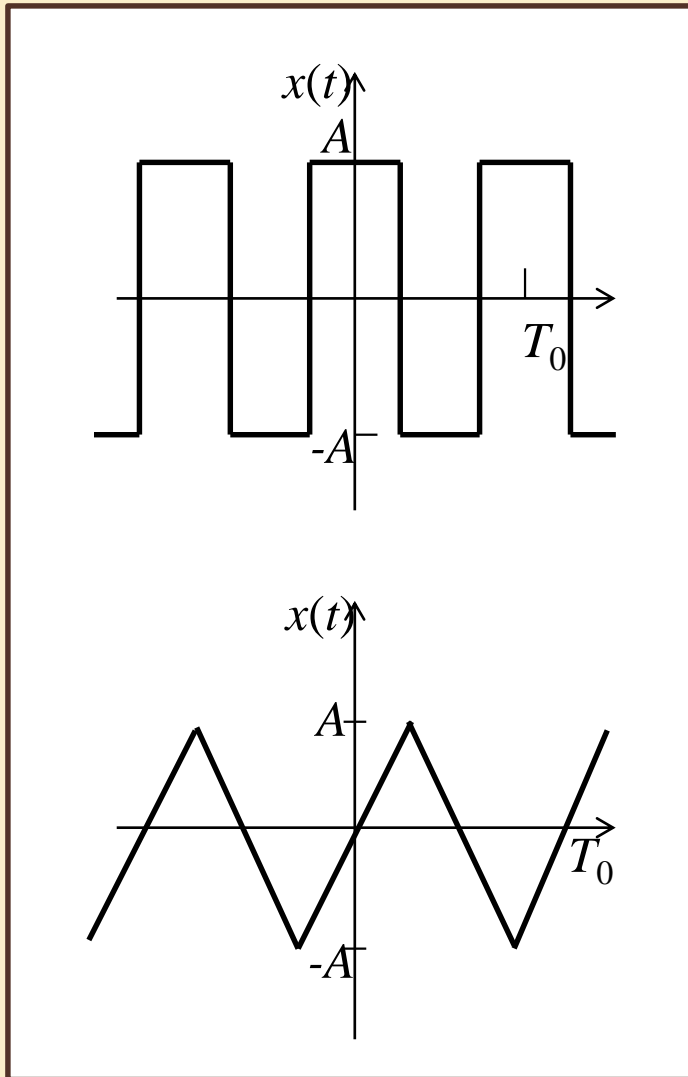


Źródło: snipview.com

EFEKT GIBBSA



SZEREG FOURIERA - PRZYKŁADY



$$\frac{4A}{\pi} \left(\cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \right)$$

$$\frac{4A}{\pi} \left(\sin \omega_0 t - \frac{1}{9} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{25} \sin 5\omega_0 t - \dots \right)$$

LEONHARD EULER



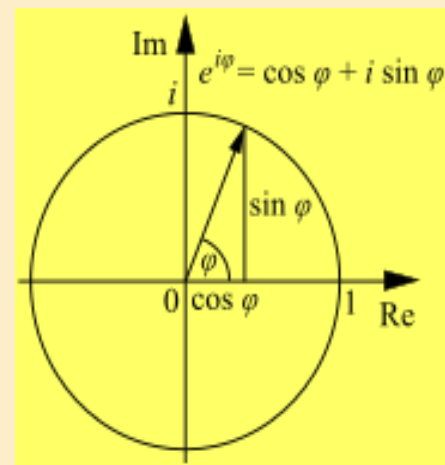
L. Euler (1707-1783)

Portret z 1753 r.
(aut. E. Handmann)
Źródło: maverick.org

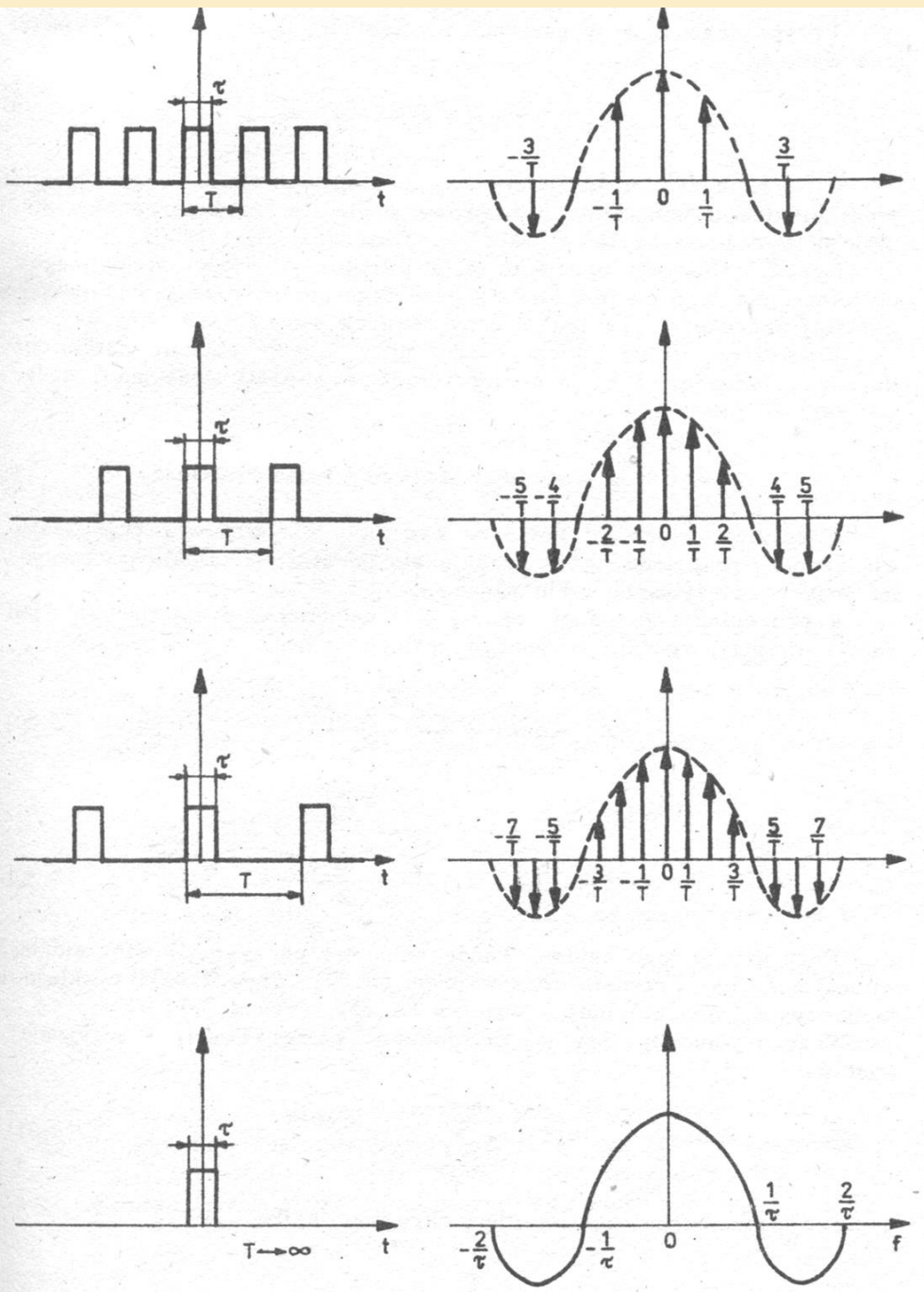
- szwajcarski fizyk i matematyk
- 16 lat – magister filozofii
- 19 lat – doktorat na temat rozchodzenia się dźwięku
- 12- krotny laureat Wielkiej Nagrody Akademii Paryskiej
- obszary zainteresowań: rachunek różniczkowy i całkowy, analiza matematyczna, fizyka
- wprowadził pojęcie i oznaczenie funkcji $f(x)$
- wprowadził oznaczenia funkcji trygonometrycznych
- wprowadził stałe i , e , π i symbol \sum

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



UCIĄGLENIE WIDMA PRAŻKOWEGO



- Sygnał impulsowy jest granicą sygnału okresowego przy $T \rightarrow \infty$.
- Gdy $T \rightarrow \infty$, to prążki w widmie są coraz bardziej „gęste”.
- W nieskończoności widmo jest ciągłą funkcją częstotliwości.