Własności Dyskretnej Transformacji Fouriera - DFT

- Liniowość $\alpha x(n)+\beta y(n)\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}\alpha X(k)+\beta Y(k)$
- Periodyczność $\forall n\in\mathbb{Z},\ x(n)=x(n+N),\ \forall k\in\mathbb{Z},\ X(k)=X(k+N)$
- Symetria dualna $\frac{1}{N}X(n)\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}x(-k)$
- Inwersja czasowa $x(N-n)\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}X(N-k)$
- Przesunięcie cykliczne w dziedzinie czasu o n_0: $x(n-n_0)_N\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}X(k)W^{kn_0}$,

gdzie $x(n-n_0)_N$ oznacza sygnał otrzymany z $x(n)$ $(n=0,1,2,\dots N-1)$ w wyniku przesunięcia cyklicznego o n_0:

- ***w prawo***, jeżeli $n_0>0$ i wtedy

$$x(n-n_0)_N=\{x(N-n_0),x(N-n_0+1),\dots,x(N-1),x(0),x(1),\dots,x(N-n_0-1)\},$$

- ***w lewo***, jeżeli $n_0<0$ i wtedy

$$x(n-n_0)_N=\{x(-n_0),x(-n_0+1),\dots,x(N-1),x(0),x(1),\dots,x(-n_0-1)\}$$

- Przesunięcie cykliczne w dziedzinie częstotliwości: $x(n)W^{-nk_0}\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}X(k-k_0)_N$,

gdzie $X(k-k_0)_N$ oznacza widmo otrzymane z $X(k)$ $(k=0,1,2,\dots N-1)$ w wyniku przesunięcia cyklicznego o k_0:

- ***w prawo*** , jeżeli $k_0>0$ i wtedy

$$X(k-k_0)_N=\{X(N-k_0),X(N-k_0+1),\dots,X(N-1),X(0),X(1),\dots,X(N-k_0-1)\}$$

- ***w lewo***, jeżeli $n_0<0$ i wtedy

$$X(k-k_0)_N=\{X(-k_0),X(-k_0+1),\dots,X(N-1),X(0),X(1),\dots,X(-k_0-1)\}$$

- Sprzężenie $x^*(n)\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}X^*(N-k)$
- Sprzężenie zespolone: Jeżeli $x(n)$ jest sygnałem rzeczywistym oraz $N/2$ jest liczbą naturalną, to: $X\left(\frac{N}{2}+k\right)=X^*\left(\frac{N}{2}-k\right),k=0,1,\dots,\frac{N}{2}$
- Splot kołowy (cykliczny): $\frac{1}{N}x(n)\otimes y(n)\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}X(k)\cdot Y(k)$, gdzie symbolem $\otimes$ oznaczono splot kołowy zdefiniowany następująco:

$$x(n)\otimes y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}x(m)y(n-m)_N,n=0,1,2,\dots N-1$$

$$y(-n)_N=\begin{cases}y(0) & \text{dla} \quad n=0\\ y(N-n) & \text{dla} \quad n=0,1,2,\dots,N-1\end{cases}$$

- Iloczyn sygnałów $x(n)\cdot y(n)\overset{\text{DFT}}{\Leftrightarrow}X(k)\otimes Y^*(k)$
- Twierdzenie Parsevala $\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2=\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$